

Erste Tabelle. Bestimmung der Muffendrucke durch die Winkel.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.	
20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	65 16,10 95,30	70 17,10 96,35	75 18,10 97,40	80 19,10 98,45	85 20,10 99,50	90 21,10 100,55	95 22,10 101,60	100 23,10 102,65	I.
	20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	65 16,10 95,30	70 17,10 96,35	75 18,10 97,40	80 19,10 98,45	85 20,10 99,50	90 21,10 100,55	95 22,10 101,60	II.
		20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	65 16,10 95,30	70 17,10 96,35	75 18,10 97,40	80 19,10 98,45	85 20,10 99,50	90 21,10 100,55	III.
			20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	65 16,10 95,30	70 17,10 96,35	75 18,10 97,40	80 19,10 98,45	85 20,10 99,50	IV.
				20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	65 16,10 95,30	70 17,10 96,35	75 18,10 97,40	80 19,10 98,45	V.
					20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	65 16,10 95,30	70 17,10 96,35	75 18,10 97,40	VI.
						20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	65 16,10 95,30	70 17,10 96,35	VII.
							20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	65 16,10 95,30	VIII.
								20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	60 15,10 94,25	IX.
									20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	55 14,10 93,20	X.
										20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	50 13,10 92,15	XI.
											20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	45 12,10 91,10	XII.
												20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	40 11,10 90,05	XIII.
													20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	35 10,10 89,00	XIV.
														20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	30 9,10 87,95	XV.
															20 7,10 83,85	25 8,10 85,90	XVI.
																20 7,10 83,85	XVII.



Pestalozzi's Idee
eines
ABC der Anschauung
als ein
Cyclus von Vorübungen
im
Aufassen der Gestalten
wissenschaftlich ausgeführt
von
J. F. Herbart.

Zweite, durch eine allgemein pädagogische Abhandlung vermehrte, Ausgabe.

Göttingen,
bey Johann Friedrich Römer.
1804.



Dem

Herrn

Canzleyrath von Halem

zu Oldenburg

ein kleines Zeichen

inniger Ergebenheit und Achtung.



Inhalt.

Einleitung.

- I. Die Anschauung ist der Bildung selbst.
- II. Pädagogischer Werth der ausgebildeten Anschauung.
- III. Die Bildung des Anschauens fällt in die Sphäre der Mathematik.
- IV. Ueber den pädagogischen Gebrauch der Mathematik.
- V. Einige Bemerkungen über die Darstellung der Mathematik, zum Behuf der Erklärung.

Erster Abschnitt. Ueber die Einrichtung des U.C. der Anschauung.

- I. Grundlinien einer Theorie der Anschauung. Das Dreieck ist das Element aller Gestalt.
- II. Ueber die mathematische Bestimmung der Elementarformen.
- III. Pädagogische Rücksichten.

Zweiter Abschnitt. Darstellung des U.C. der Anschauung.

- I. Erste Anfänge.
- II. Erste Bestimmungen von Maas und Gestalt.
- III. Rechtwinklige und gleichschenklige Dreiecke.

IV.

IV. Euklid. — Flächeninhalt der Dreiecke. —

Der Eukel. — Die Ellipse.

V. Ueberblick aller triangulären Formen.

VI. Berechnung der Seiten.

VII. Euklid. Berechnung der zwischenfallenden
Dreiecke.

VIII. Zusammenfassung des Gewonnenen. — Tri-
gonometrische Proben.

Dritter Abschnitt. Gebrauch des $\mathcal{ZC}$ der
Anschauung.

Anwendung auf Geographie,

auf Betrachtung des gestirnten Himmels,
auf Zeichen.

Vertrag der Mineralogie.

Bemerkungen über das Imaginiren körperlicher Räu-
me; an Gebäuden, Maschinen, am Himmel, im
Inneren der Thiere.

Nachschrift; und anhängende Abhandlung: über die
ästhetische Darstellung der Welt, als das Haupt-
geschäft der Erziehung.

Einleitung.

I.

Die Anschauung ist der Bildung
fähig.

Doch das Sehen eine Kunst ist, und daß der
Zehrling in dieser, wie in jeder andern Kunst,
eine gewisse Reihe von Uebungen zu durchlaufen
hat: das sind die ersten Voraussetzungen eines
U. B. E. der Anschauung.

Nicht Alle sehen Alles gleich. Der nämliche
Horizont hat diesem Auge viel, und jenem wenig
angeboten. Er zeigt einem das Schöne, einem
andern das Nützliche, einem dritten ist er eine
auswendig gelernte Landkarte. In der gleichen
Landschaft sucht der Knabe die bekannten Thürme,
Schlösser, Dörfer, Menschen — hängt immer
an

an einzelnen Punkten, während der Maler die Parthien gruppiert, und der Geometer die Höhen der Berge vergleicht. Dem Kinde gefällt Helles und Dunkles; die Chineser erfanden die schönsten Farben; die Griechen die schönsten Formen. Der Silhouetteur raubt dem Vorübergehenden sein Profil, und trifft es nach mit der Scheere; während dem geschmackvollen Maler oft kein Portrait gelingen will, trotz stundenlangem Sitzen und oft verbesserten Entwürfen. Einige sind geborne Zeichner, können jedes Gebilde ihrer Phantasie vor sich hinstellen; andre vermögen nichts wiederzugeben; von dem ersten Bleistiftzuge ist ihnen die schönste Erscheinung wie durchgestrichen. — Zuweilen, in begeisterten Augenblicken, wird uns ein Bild, eine Aussicht, auf einmal herrlich, vorstellt; jetzt erst scheint Alles einander zuzugehören, sich zusammen zu schmiegen, Verhältniß zu gewinnen, in Breite und Höhe und Tiefe sich zu lagern, zu dehnen und zu schließen. Was ist, das erst jetzt uns sichtbar wird, das so lange sich verbergen konnte? — Was macht den einen schöner, den andern genauer sehn? Was heftet den einen an die Farben, entfaltet dem Andern die Formen? Was hilft diesem und stört jenen, wenn beide Gesehenes oder Gedachtes nachbilden wollen?

Zum

Zum Theil erklärt man sich vielleicht diese Verschiedenheiten aus besondern, willkürlichen Interessen, oder Eigenheiten des Temperaments, u. d. gl., welche die Aufmerksamkeit so oder anders gewöhnen. Aber von diesen entferntern Gründen ist hier nicht die Frage; die nächste Ursache liegt ohne Zweifel in Verschiedenheiten des Anschauens selbst. Wie und worin kann denn der Blick sich ändern, indem der Gegenstand gleich bleibt? Darauf kommt es an, wenn Uebungen zur Bildung der Anschauung aufgefunden werden sollen.

Was wir durchs Gesicht an den Gegenständen wahrnehmen, das ist eigentlich, Farbe. Daß es ein solider Körper, daß er hart, weich, trocken, feucht sey, dies sind Sachen des Gefühls, nicht des Gesichts. — Die Farbe aber nimmt einen Platz ein, wo sie ist; sie hat Gränzen, wo sie aufhört; oder Stellen, wo sie in andre Farben überfließt; und wo der Gegenstand ganz aufhört sich gefärbt zu zeigen, da zeigt er sich gar nicht mehr, da sind die Gränzen seiner sichtlichen Erscheinung. Diese Gränzen schließen seine Figur ein. So zeigt uns das Gesicht, außer der Farbe, noch Figur oder Form; doch die letztre nur vermittelst der erstern. Die Natur würde leer, sie würde Nichts seyn, ohne die Farbe.

Hat nun der Gegenstand irgendwo einen auffallenden, bunten Fleck, einen hellern Glanz, so ist der Eindruck auf das Auge von hier aus stärker; der Blick wird, zum Nachtheil der gesammten Auffassung, zu dem einen Punct hingeleckt, und das Uebrige des Gegenstandes entgeht der Wahrnehmung wo nicht ganz, doch zum Theil; es wird schwächer, undeutlicher, schwankender aufgefasset: — wosfern nicht eine eigne, besonders Aufmerksamkeit, die sich dem Ganzen widmet, das Gleichgewicht des Sehens wieder herstellt.

Gewöhnt sich einmal das Auge, dem Glanze, dem Scheine, dem Bunten nachzugeben: so ist es für einen großen Theil der Natur-Gegenstände, — und für den Geschmack ist es ganz verloren. In sich ein Ding reizend zu machen, wird es ihm irgend einen Schimmer anhängen, gleichviel wenn auch die Form dadurch verunstaltet wird. Der Mensch, das Schönste, aber glanzlose Gebilde der Natur, gloriert sich, um des Anschauung werth zu seyn, mit Gold und Purpur, mit Vogelfedern und schillernden Muscheln. Harte auf Kosten der Form, das ist der Character alles geschmacklosen Putzes. — Eine leichte Erinnerung an wilde, an minder gebildete Nationen, an unsere eigene Vorzeit, und an manches noch jetzt nicht Vergangene, wird sich das hier Gesag-

te weiter ausführen, und es wird klar seyn, daß der Grundfehler des ungebildeten Sehens im Lieben an der Farbe liegt. Genauer gesagt, in einem Versinken in der hervorstechenden Farbe, im Verlieren der schwächern über die Stärkeren. — Die dem Fehler entgegen gesetzte, Wichtigkeit der Anschauung, ist eine Zusammenfassung, welche Alles verbindet, was zur Gestalt eines Dinges gehört. Es ist also Aufmerksamkeit auf die Gestalt, wozu vorzugsweise das Sehen gebildet werden muß. Ist dieses gewonnen: so wird die Empfindung der Gegensätze zwischen Licht und Schatten, und zwischen den Nuancen der Farben, sich fast von selbst einstellen. Vielleicht vermißt man hier die Erwähnung der Maasverhältnisse; allein diese liegen in jeder wirklichen Gestalt, die unsern Augen verschwebt, mit darin. Von der Zerlegung der wirklichen Gestalten in reine Gestalt und Maas, wird in der Folge noch oft die Rede seyn.

Scheint nun gleich so die Richtung ziemlich leicht nachgewiesen, wohin das U B C der Anschauung seine Bemühungen zu wenden hat: so ist doch noch sehr die Frage, wie etwas vorgeübt, gelehrt, gelernt werden könne, was sich beinahe jedem Ausdruck durch Sprache, jeder Beschreibung entzieht. Der Blick des Künstlers — und nicht nur dieser; schon der Blick des neugierigen Kindes,

Kindes, ist so wunderbar beweglich, gelenkig, wechselt so schnell und so mannichfaltig zwischen Umspannen und Eindringen: — wer kann ihn nachfolgen mit Worten, diesem genussreichen Durchlaufen der Gestalten, welches, bald an den Wellenlinien fortglittend, bald das Ganze fixirend, bald die größern und kleinern und kleinsten Parthien gruppirend, zugleich die Wahrheit, und die Schönheit der Formen empfängt! Und welche Zergliederung, welche Entkleidung, wenn nun der erhobene, vertiefte, geründete Körper, der flachen Leinwand seinen nackten Umriß überliefern muß! Und welche Wiedergeburt, wenn der nämliche Einblick, der ursprünglich ein Ganzes war, nun aus einzelnen Strichen und Punkten noch einmal hervorgeht! Ganz auflösen und ganz wieder zusammensetzen mußte ihn die Einbildungskraft, ohne darüber auch nur einen einzigen Zug zu verfälschen. Allen Operationen der Hand entsprechen hier eben so viele des Geistes. Wo diese Operationen nicht von selbst von Statten gehn, was gibt es da von ihnen zu reden? Kann der Künstler mehr thun, als vorzeigen, — kann der Lehrling mehr thun, als nachversuchen? — Die Lehre steht so oft beschämt, wenn sie mit Lust und Genie sich zu messen kam!

Darum ziemt es ihr, ohne Vermessenheit darzubieten, was sie gerade hat. — Der ästhetischen

sehen Aufbauna ist diese Schrift nicht bestimmt, sie bechränkt sich auf die gemeine, welche das Geachebene genau zu fassen und tren zu bewahren trachtet. Pestalozzi's Werie gab die Idee; die Gründe der abweichenden Ausföhrung findet man unten, im ersten Abschnitt, entwickelt. Wenn insbesondere die Grundlinien einer Theorie der Anschauung aufmerksame Leser finden, so wird es nicht nöthig seyn, über Quadrat oder Dreieck näher einzutreten. Für eine Anschauungslehre der Maasverhältnisse, (wie Pestalozzi sein Werk nennt) würde weder Quadrat noch Dreieck, sondern die einfache gerade Linie, zur Grundlage dienen. Aber auch die Uebungen im Auffassen des bloßen Maasses würden so einfach ausfallen, so wenig zusammenhängende Beschäftigung darbieten: daß sie sich eher zu jugendlichen Spielen, als zu irgend einer Lehre empfehlen möchten. Uebrigens mischen sich, wie die Folge zeigen wird, dergleichen Uebungen unvermeidlich in die Anschauungslehre der Gestalten; wo man daher in diesen letztern unterrichtet, bedarf es für die ersten keiner eignen Sorge.

II.

Pädagogischer Werth der gebildeten Anschauung.

Das Anschauen ist die Wichtigste unter den bildenden Beschäftigungen des Kindes und des Knaben.

Je ruhiger, verweilender, je weniger spielend das Kind die Dinge betrachtet: desto solidere Fundamente legt es seinem ganzen künftigen Wissen und Urtheilen. — Das Kind ist getheilt zwischen Begehren, Bemerkten und Phantasiren. Welchem von diesen Dingen sollen wir das Uebergewicht wünschen? Dem ersten und dritten wol nicht; denn aus Begehren und Phantasiren entsteht die Herrschaft der Launen und des Wahns. Aber aus dem Bemerkten entsteht die Kenntniß der Natur der Dinge; — hieraus entsteht weiter Unterwerfung gegen wohlerrannte Nothwendigkeit, — diese Unterwerfung, dieser Zwang, den Rousseau einzig billigte und empfahl; — entsteht noch weiter überlegtes Handeln, besonnene Wahl der Mittel zum Zweck.

Im Phantasiren, und Spielen, macht zwar in der That das Kind den ersten Anfang zur Verarbeitung des aufgesaßten Stoffes. Es giebt sich dadurch Gelegenheit, theils noch Mehr zu bemerken, theils an dem Bemerkten auch die Verhältnisse

nisse und Verbindungen aufzufinden. Aber so fern die Phantasie diesen Verhältnissen und Verbindungen nachgeht und nachsieht, so fern sie von der Natur des Dinges irgend eine Leitung annimmt: geht sie schon über ins Denken und in ästhetische Wahrnehmung; sie findet das Wahre und das Schöne. Bloße Phantasie, bloßes Durcheinandermengen von Reminiscenzen, das von den daraus entspringenden Absurditäten keine Notiz nimmt, — ist nichts als die rohe Aeußerung der geistigen Existenz, nichts als rohes Leben. Es ist Stoff, dessen Quantität ganz erwünscht seyn mag, dessen Güte und Werth aber von einer Qualität abhängt, die er noch eist bekommen soll. Wenn wir einem Menschen vorzugsweise Phantasie zuschreiben, und ihn darum rühmen, so ist das etwas ähnliches, wie wenn wir den glücklich nennen, der reich ist.

Man wirft den Reichthum nicht weg; — so auch soll man der Phantasie nicht herrisch den Flügel rupfen, nicht ihre Atmosphäre, die natürliche gesunde Heiterkeit, durch unnützen Zwang und Druck, vergiften. Aber die Phantasie bedarf der Leitung; und die Begierden bedürfen eines Gegengewichts. Beides leistet ein geschärftes Aufmerken auf die Dinge wie sie sind; und das heißt bey den Kindern zunächst: ein geschärft

scharfsten Schauen auf die Dinge wie sie gesehen werden.

Daß dem Knaben kein Unterricht angemessener ist, als der anschauliche: — glücklicherweise kann man in unsern Tagen etwas so bekanntes nicht auseinandersehen, ohne langweilig zu werden. Aber der anschauliche Unterricht selbst, unterrichtet nur, durch wirkliches, bestimmtes, ungestreutes, scharf fassendes Schauen. Nur genaues Bemerken der Unterschiede der Gestalten, sichert vor Verwirrung und Verwechslung. So bey der Naturgeschichte, bey der Lage der Orte in der Geographie, bey allen Arten von Imaginationen, (denn auch diese hängen vom Schauen ab,) deren ein Künstler und Handwerker bedarf, um sich die verschiedenen Bestandstücke eines Geräths, einer Maschine, eines Gebäudes, u. d. gl. zu vergegenwärtigen.

Um aber von einer geübten Anschauung den ganzen möglichen Gewinn zu ziehen: müßte man theils, nicht bloß das Auge, sondern auch die andern Sinne, besonders das Ohr, systematisch üben, theils als Fortsetzung der Sinnesübungen, das Bemerken jeder Art cultiviren. Dies ist Sache der allgemeinen Pädagogik. Das ABC der Anschauung kann sich nur auf solche Anwendungen einlassen, wodurch es selbst ergänzt und
zur

zur Fertigkeit gebracht wird. Davon redet der letzte Abschnitt.

III.

Die Bildung des Anschauens fällt in die Sphäre der Mathematik.

Das Betrachten eines vorliegenden Gegenstandes geht zwar von selbst, ohne alle wissenschaftliche Hülfe, von Statten. Aber wenn die Neugier nachläßt, wird auch der Blick lässig und stumpf; und eben hier tritt die Verlegenheit des Erziehers ein. Wo soll er diesen Blick nun fassen, wie soll er es anfangen, ihn von neuem und fortwährend auf den Gegenstand so lange zu richten, bis die Anschauung ihre völlige Reife erlangt hat? Daß alle die Reizungen, Aufforderungen, Befehle, zu denen man im Augenblick selbst seine Zuflucht zu nehmen pflegt, nie ein reines, ächtes Aufmerken hervorbringen können, ist von selbst klar.

Spannung und Befibaltung der Aufmerksamkeit ist überhaupt ein wichtiges Präliminar-Problem aller Erziehung. Etwas allgemeineres darüber zu sagen, wird sich ein wenig weiter unten, Gelegenheit darbieten. Hier gilt die Frage bloß der Anschauung, und zwar dem Anschauen der
- Gestalt,

Gestalt, welches, wie schon bemerkt werden, dem Versinken in einzelne Farben zuvorkommen soll.

Ueberlegen wir zuerst den Unterschied zwischen der rohen und zwischen der reifen Anschauung; nun daraus zu finden, wie man eine in die andre umzuwandeln hoffen könne.

Die rohe Anschauung ist dasjenige, was sich unwillkürlich ereignet, indem der Gegenstand vor das offene Auge tritt. Der Geist kann also dann nicht umhin, zu sehen; er ist darin der Natur unterwürfig. Auch ist diese Anschauung gleich Anfangs vollkommen; in so fern nämlich, daß, bei vorausgesetzter Gesundheit des Auges, der Gegenstand sich im ersten Augenblick schon, so zeigt, wie er, in seiner gegenwärtigen Beleuchtung, und in seiner gegenwärtigen Lage gegen das Auge, sich überall nur zeigen kann. Wäre diese Beleuchtung und Lage etwa nicht günstig, so ist das nicht Fehler der Anschauung; gleichfalls wird die rohe Anschauung um nichts gebessert, man mag den Gegenstand wie immer drehen und wenden. Die Rede ist hier von einer Verbesserung der Auffassung, so fern der Geist selbst sie innerlich vornehmen soll, um sich das Dargebotene gehörig zuzueignen. — Wie nun der Mensch mit offenem Auge, nothwendig sieht, was er sieht: so würde er auch nothwendig das empfangene Bild unverändert im Gedächtniß behalten, so wie

wie er es empfing; wenn keine andre Eindrücke herzuflößen.

Aber, -- kann man auch nur einmal rings um blicken, ohne ganze Massen der verschiedensten Gestalten wahrzunehmen? -- Das Kind, was eine Stunde lang spaziren getragen wird, kann es die mannigfaltigen Schauspiele, die ihm begegnen, irgend gesondert, unverwirrt erhalten? Das Aehnliche fließt in einander, das Unähnliche widerstreitet einander, und hebt sich auf. Das Chaos, was nachbleibt, sammelt und häuft sich von Tag zu Tag, von Jahr zu Jahr; das hinein fällt zuerst jedes neue, was sich uns darstellt; daher aus muß jedes, was das Gedächtniß rein und sauber aufbehalten will, durch verlängertes Aufmerken gezogen werden. Darum ist, ohne dieses, die Anschauung roh; nicht als ob sie, im Augenblick des Schauens, den Gegenstand unrichtig darstellte, aber weil sie nur ein schwankendes, zerstückendes Bild hinterläßt, das sich von den Bildern ähnlicher Gegenstände nicht mehr unterscheidet. Um ein Beispiel zu haben, denke man sich einen Hund im Allgemeinen, ohne zu bestimmen von welcher Gattung. Die Vorstellung wird zu keiner Consistenz gelangen; denn ein bestimmtes Bild würde zu einer bestimmten Gattung gehören. Zwar in dem Grade roh, um einen so sehr schweifenden, so formlosen Abdruck

an hinterlassen, ist die wirkliche Anschauung feltner; man wird sich doch erinnern, ob der Hund, dem man etwa begegnete, ein Windspiel oder ein Lünehund war. Aber, wenn man gleichwohl dieses Windspiel unter mehreren andern Windspielen nicht wieder zu erkennen weiß; so ist dennoch die Anschauung nur unvollkommen aufgefaßt, sie ist in der Einbildungskraft verlehrt worden, hat ihre Bestimmtheit, ihre unterscheidenden Merkmale, ihre Individualität verloren.

So etwas darf der reifen Anschauung nicht begeben. Das verlängerte Aufmerken sollte zur vorgekommen seyn; sollte das erste Sehen hinlänglich gestärkt haben, damit das Bild nicht zerdrückt werden konnte. Auch läßt wirklich der aufmerksame Blick nicht eher ab, als bis er sich der Imagination verschürt hat. — Man sehe ein Thier, einen Menschen, — oder noch besser, eine Landkarte an, (bey welcher die Schwierigkeiten, wegen der unregelmäßigen Formen, fühlbarer werden.) Man wende den Blick wieder ab, und versuche sich das Gesehene vorzustellen. Man schaue wieder hin: und man wird empfinden, wie das schon verzogene, Bild der Imagination, von der erneuten Anschauung corrigirt wird. Wiederholt man dies einigemal, so hört endlich die Anschauung auf, das Bild zu berichtigten; nun ist sie reif. — Von diesem Verfahren

ren unterscheidet sich der scharfe Blick gespannter Neugierde nur durch größere Geschwindigkeit. Er unterbricht sich nicht dadurch, daß er den Gegenstand loslasse. Jenes Prüfen der Imagination, und das erneuerte Anschauen, fällt bey ihm zusammen. Der Augenblick, wo in der Einbildungskraft der Gegenstand verunstaltet werden würde, wenn der Blick früher als bis zur gereisten Anschauung loslasse, — dieser Augenblick kann keine Dauer gewinnen.

So befestigt sich ohne Kunst das Gesehene in dem Geiste, — wosern das Verlangen genau zu sehen, in seiner unwillkürlichen Wirkung stark und lange genug anhält. Aber der bloße Versuch, der allgemaine Entschluß, sich die Kenntniß einer Sache verschaffen zu wollen, hat nicht den gleichen Erfolg, wie dies unwillkürliche Verlangen. Wer nicht schon sieht, irrt, er sehen will, der sieht auch beym besten Willen meistens nur halb: Ist der Gegenstand groß, sind die Formen verwickelt, — hat die erste Lust nicht schon das Meiste gewonnen: so spannt sich die Anstrengung umsonst; die Gestalten verwirren, verzerrten sich nur mehr; — ein besseres Moment muß erwartet werden. Nur weilt die gelegene Zeit nicht gern. —

Wie viel schlimmer wird dies beym Unterricht! Die Kraft des freyen Entschlusses, des guten Willens, — wenn man auch auf diesen Willen

Willen immer rechnen könnte, — ist beym Knaus ungleich schwächer, wie beym Wanne. Zerner soll der Unterricht von mehreren Seiten zugleich vorrücken; bey einem guten Plane wird immer ein großer Schaden offenbar, wenn nicht die verschiedenen Fortschritte zur rechten Zeit zusammentreffen. Wenn nun vollends der Lehrer eine ganze Schule zugleich vorwärts führen soll, muß man es da nicht aufgeben, den Geist bey dem Sinne zu fassen, — durchs Vorzeigen von Naturkörpern, Geräthen, plastischen Werken, und Bildern, ein System reiser Anschauungen und Imaginationen zu erzeugen, worauf der Unterricht, als auf einen wesentlichen Theil seiner Grundlage, weiter fortbauen könne?

Wie, wenn man im Stande wäre, zuerst den Sinn beym Geiste zu fassen? Der Gedanke mag paradox scheinen; nichts desto weniger wissen wir alle, daß das Auge Nichts ist, ohne die Disciplin des Geistes, — daß wir nur dadurch allmählig Entfernungen schätzen gelernt haben; daß das kleine Kind den Gegenstand den es sieht, nicht zu greifen weiß; daß wir unaufhörlich die perspectivischen Ansichten der Dinge in ihre wahren Gestalten übersehen. — Der Sinn findet leicht, wenn der Geist zu suchen versteht; — man faßt Unterschiede scharf und von selbst, wo man zuvor mußte, was zu unterscheiden sey.

Gesetzt,

Gesetzt, man könnte zuerst den Geist dahin bringen, daß er sich alle möglichen einfachen Unterschiede der Gestalten genau merkte: so würde nachher wol auch das Auge so viel Aufmerksamkeit haben, sie da wahrzunehmen, wo sie sich fänden. Könnte man die Geduld des Knaben für das eine gewinnen, so würde seine Neugier das übrige thun, sobald man sie durch die vorgeführten Gegenstände auch nur mäßig interessirte.

Es fragt sich demnach, auf welche Weise Gestalten bloß als Gestalten planmäßig studirt werden können? Feynabe gleichgültig mit dieser, ist die andre Frage: Wie das Anschauen gelehrt werden könne? Denn was mit Plan, das geschieht nach Begriffen; und Begriffe sind es auch allein, die mit Sicherheit in Worte gefaßt, zu bestimmten Vorschriften ausgeprägt, und als solche vom Lehrer an den Schüler überliefert werden können.

Alles, was zur Auffassung der Gestalten durch Begriffe, von den größten Köpfen aller Zeiten geleistet worden ist: das findet sich gesammelt in einer großen Wissenschaft, in der Mathematik. Diese ist es also, unter deren Schätzen die Pädagogik für jenen Zweck vor allen Dingen zuerst nachzusuchen hat, wenn sie nicht Gefahr
B
laufen

laufen will, sich in vergeblichen Bemühungen zu erschöpfen.

Pädagogik aber, und Mathematik, sind in der Praxis oft so weit getrennte Dinge: daß es desto mehr erlaubt seyn mag, noch bey einigen Vorerinnerungen zu verweilen, ehe sich die vorliegende Schrift an ihrem aufgegebenen Geschäfte selbst, versucht.

IV.

Ueber den pädagogischen Gebrauch der Mathematik.

Gerade dasjenige Feld der Begriffe, von woher die Erziehung für die gegenwärtige Aufgabe Hülfe erwartet, ist unter allen Regionen des menschlichen Wissens am vortrefflichsten angebaut. Ohne Zweifel, weil dieser Boden für die Cultur am meisten empfänglich war; weil keine andre Art von Kenntnissen, als die, welche Form durch Zahl bestimmen, sich so willig zur Evidenz erheben lassen; weil gerade diese Begriffe unter allen die begreiflichsten sind. Demnach ist sowohl diese Wissenschaft vor andern am meisten fertig und bereit, Hülfe zu geben, — als auch diese Hülfe vorzüglich willkommen, weil sie der Natur des menschlichen Denkens am nächsten verwandt ist.

In

In der That, in jedem Kopfe, der, ohne die Arithmetik und Geometrie zu besitzen, sich mit andern Kenntnissen und Ideen vertraut gemacht hat, die ihrer Natur nach spätere Erzeugnisse des menschlichen Denkens sind: findet sich eine Disproportion der Ausbildung; deren Größe man am leichtesten dadurch schätzen wird, daß man in der Geschichte nachsieht, wie viele Vorbereitungsstufen bis zur einen, und bis zur andern Art von Ideen, durchlaufen werden mußten.

Sind schon diese Bemerkungen von einigem Gewicht: so bleibt es doch noch weit dringendere Gründe, welche der Pädagogik den Gebrauch der Mathematik empfehlen. Man prüfe die folgenden, hier freylich nur kurz anzudeutenden, Betrachtungen; und urtheile, ob es eine Uebertreibung wäre, wenn man die Mathematik unentbehrlich nennt, — unentbehrlich für Anfang, Mittel und Ende eines solchen Unterrichts, wie ihn die Pflichten der Erziehung erfordern.

Für den Anfang. — Hier zuvörderst ein Rückblick auf das Vorhergehende! Es ist gezeigt, daß man sich jenes Mittels, welcher die Formen fixiren soll, welcher aber von Vorlag und Uebersetzung nur unvollkommen abhängt, viel weniger sich bestimmt beschreiben und geradezu mittheilen und lehren läßt, — durch Begriffe zu bemächtigen

gen suchen müsse, die, als Größenbegriffe, der Mathematik zugehören werden. Man wird freylich der Erzieher die Hülfe, welche diese Begriffe etwa mögen anbieten können, nicht eben verschmähen; doch aber wünschen: der Zögling möchte lieber so disponirt werden, daß gleich jenes erste, unwillkürliche Treffen und Haften der Aufmerksamkeit, sicher und stark, die Anschauung zu einer Reife brächte, die keiner Nachhülfe weiter bedürfte. Eine solche Prädisposition wird denn auch für die Anschauung durch die vorzuschlagenden Uebungen, die nur Anfangs zum Theil Nachhülsen seyn werden, als endliches Resultat wirklich beabsichtigt. Aber jene Forderung der Prädisposition zur Aufmerksamkeit, gilt doch wol nicht bloß der Anschauung? Der Erzieher bedarf ihrer immer und allenthalben; er suche sie sich allgemein zu verschaffen; dann wird sie unter andern auch der Anschauung zu Gute kommen. Die letztre bedarf ihrer eigentlich lange nicht so sehr, gar nicht so durchaus nothwendig, wie dies bey allen Dingen des Gefühls der Fall ist. Geschichte, Moral, Religion, — alles was die Menschheit betrifft, — das sind die Gegenstände, bey denen die Aufmerksamkeit keine Nachhülsen verträgt! Hier geht nicht nur Zeit, nicht nur Lust, — sondern das Mark der Erziehung selbst verloren, wenn die ersten, frischen Darstellungen,

unempfinden veralten; wenn geschmacklose Biebelhelungen langweilig dehnen, was rasch das Interesse ergreifen mußte; wenn gerade die Sätze, die Ausdrücke, worin die Hülle der Ueberzeugung sich am liebsten ausspricht und zusammendrängt, — verschwendet, entgeißelt, als Leichen in den Grästen des Gedächtnisses beigesetzt werden. —

Hofft man, bloß durch die Art des Vortrags, durch persönliches Betrogen, diesen Gegenständen die schnelle, mühelose Aufmerksamkeit, welche die Mutter des Gefühls ist, zu gewinnen? Weit mehr erreicht man durch entferntere Vorbereitung; aber eine allgemeine, negative Bedingung des Erfolgs sowob' dieser, als aller pädagogischen Bemühung überhaupt, ist die, daß der Zögling sich nie erlaube, zerstreut zu seyn, wenn der Lehrer spricht.

Zerstreung ist gleichwol der natürliche Zustand des lernenden Knaben. Lehrte man ihn nicht: so würde darum der Fluß der Vorstellungen bey ihm nicht ruhen; sein Spiel, oder, versagte man ihm das, seine Phantasien, würden, mit aller Lebhaftigkeit seines Geistes, ihn beschäftigen. Diese drängt der Unterricht zurück, aber er wird auch wieder von ihnen gedrängt.

Um ihrer mächtig zu werden: sey die erste Sorge des Unterrichts, sich, eben so wie die Person des Erziehers selbst, beim Lehrling in

Achtung zu sehen. Er kündige sich an (versteht sich, nicht durch Worte, sondern durch die That,) als eine absolute Herrschaft des Verstandes, von der man unfehlbar fortgezogen werde, der man auch nicht einen einzigen Schritt versagen könne. Wie der Erzieher, für jedes seiner ausdrücklichen Gebote, sich pünktlichen Gehorsam verschaffen muß: so darf auch der Unterricht es nicht leiden, daß man irgend eine seiner Behauptungen mißverstehe, halb verstehe, daß man nur die kleinste Nebenbestimmung unbemerkt lasse, oder vergesse. Gehn dergleichen Versehen vor, — und das geschieht Anfangs jeden Augenblick. — so müssen sie sich zuverlässig und ganz verrathen. Theils müssen sie der Nachfrage bloß liegen, es muß unmöglich seyn, sie zu verdecken, zu beinhalten, zu verkleinern; selbst die Größe des Fehlers muß unleugbar seyn, muß sich an Maas und Zahl offenbaren. Theils, müssen sie durch auffallende Verlegenheit sich innerlich fühlbar machen; eine vollkommene Unverständlichkeit muß auf einmal das helle Licht verflüßern; alles muß misrathen. kein Auskunftsmittel muß gelingen, so lange der Fehler dauert; — alles muß: so gleich in seinen ednen, sichern Gang zurückkehren, sobald der Fehler gehoben ist. Alle Selbsttäuschungen, als sey das Nicht-Verstandne verstanden, als sey das Nicht-Geläufige geläufig, müssen

müssen dabei ans Licht kommen. Die Schwäche seiner Denkkraft muß dem Jüngling klar zu Tage liegen. Aber nicht nur seine Schwäche, — auch seine Stärke, auch seine Wildsamkeit, muß ein solcher Unterricht ihm zeigen. Er muß ihn leiten, sich dieselbe durch die That zu beweisen. Was unbegreiflich, was unerreichbar schien, wor vor das Gemüth still stand: das muß völlig deutlich werden, und die Deutlichkeit muß zur leichtesten Ausübung führen.

Zwar erkennt man an allen diesen Tugten so gleich die einzige Mathematik; doch sey es erlaubt, erst die übrigen Gegenstände des Unterrichts zu überblicken, um zu sehen, ob andre Zweige desselben, jene Autorität, deren sie wenigstens eben so sehr bedürfen, jeder als seine eigne Frucht für sich erzeugen können: oder ob sie es nöthig haben, daß für sie alle, diese Frucht auf dem Stamm der Mathematik wachse, und ihnen von dort her überbracht werde.

Die vorhin erwähnten Tugten des Gefühls, sind zu zart, zu leicht verletzlich, — und von zu hoher Würde, als daß ihnen die rauhe Ausstrengung zukommen könnte, mit der Zerstreuung des Knaben zu kämpfen. Zunächst dem Herzen sey ihre friedliche Wohnung; sie haben, gleich weiblichen Schönheiten, für den Anstand zu sorgen,

und ihrer Reize zu pflegen; — diese Reize dürfen nicht weilen!

Sprachstudien, Geographie, Naturgeschichte, sind Gedächtnissachen; müssen deshalb vielfältig wiederholt, und nachgefragt werden; daher kann es scheinen, als eigneten sie sich recht gut zur Veredlung der Aufmerksamkeit. Unglücklicherweise aber pflegen diese Dinge nur demjenigen recht interessant und nützlich zu werden, der ihnen ein gutes Gedächtniß mitbringt, der die Mühe des Behaltens nicht fühlt, der eben an der Leichtigkeit, womit er ihr Mannigfaltiges durchläuft, wie an einer weiten, bunten Aussicht, sich erfreut. Wem diese Aussicht im Nebel liegt, wer sich nur langsam an das Einzelne befinnt, ängstlich es Stück für Stück nachzählen muß, um nichts zu verlieren: — dem werden so viele Namen nur immer widriger, je mehr man sie nachfragt und wiederholt. Dabei fixiren sie sich zwar allmählig, aber dies Fixiren ist kein süßlicher Gewinn. Die Erkenntniß wächst dadurch nicht, rückt nicht, greift nicht um sich, löst kein Räthsel, vermehrt nicht die Fülle des Denkens, — wie es die, schon durch bloßes Verweilen steigende, mathematische Einsicht thut.

Der letztern kommt, vielleicht allein, die Chemie etwas näher. Diese Wissenschaft ist in ihrem gegenwärtigen Zustande überhaupt wol noch

zu neu, als daß ihre pädagogischen Kräfte hinlänglich bemerkt seyn könnten. Sie beschäftigt sich mit einer Menge von Combinationen, deren Umwandlungen, bey vorausgesetzter Kenntniß der Verwandtschaften, sich durch eignes Nachdenken finden lassen. Theils in dieser Hinsicht, theils auch in Beziehung auf die Felaerungen, welche sich aus den Experimenten ergeben, bietet sie dem Jüdling eine reiche Selbstbeschäftigung, deren Reiz durch die Ungewißheit, durch das Halbdunkel, zwischen welchem das Licht an manchen Stellen mehr Schimmer als Tag macht, noch erhöht wird. Wo dieser Reiz faßt, und wo er nöthig ist, da muß eine solche Wissenschaft, die ihren Jünger so wohlthätig zwischen Vohn und Arbeit theilt, äußerst willkommen seyn. Weil sie das Nachfragen ziemlich gut verträgt, weil jeder Mangel an Aufmerksamkeit sich bey ihr durch viele verkehrte Folgen entdeckt, so kann sie für den Zweck, wovon hier die Rede ist, selbst der Mathematik manchmal vorzuziehen seyn. Gleichwohl hat sie die Unbequemlichkeit, — besonders in Schulen — daß man der Stoffe zu viele vorzeigen muß; und daß man diese nicht der freien Willkühr der Kinder überlassen darf, sondern sie ihren Händen fast ganz entziehen muß. Sieht man sich vollends darauf beschränkt, alle Experimente bloß zu erzählen: dann wird sie

völlig

völlig unbrauchbar. Endlich, — sie ist durchaus nicht für Kinder; denn sie liegt nicht im Gesichtskreise des gemeinen, des angeborenen Verstandes, sie setzt einen, schon durch mehrere Kenntnisse erweiterten Blick auf die Natur, voraus. Das vorhin Gesagte; sie sey, unter gewissen Umständen, der Mathematik vorzuziehen, gilt daher nur — aber auch hier in vollem Maaße — bey Jünglingen, deren Aufmerksamkeit, aus Mangel früherer richtiger Leitung, noch keine Stetigkeit erlangt hat, und darum noch jetzt eigene Maaßregeln zu ihrer Befestigung und Stärkung, erfordert.

Gestalt hingegen, und Zahl, liegen so recht in der Mitte unseres ursprünglichen Gesichtskreises. Die Grundanfänge des Wissens und Rechnens sind die natürlichsten, die ersten, fast nicht auszulassenden Vorübungen, welche auch der schwächste Verstand sich selber schafft; und diesen Grundanfängen schließt sich die fernere, mathematische Bearbeitung, an, und geht von da nur ganz allmählig in ununterbrochener Folge weiter. Die Größenbegriffe, sind es vor allen andern, worüber sich der Lehrer dem Jünger in Worten recht vollkommen ausdrücken, und von ihm dasselbe wieder verlangen kann und darf. Hier ist nichts, was sich der Sprache entziehe, nichts was sich vor umständlichen Hin- und Her-

Her: Neben zu scheuen hätte. Keine Regungen seiner Gefühle sind hier zu schonen; keine Langesweile ist zu fürchten — so lange man nicht etwa den Gegenstand unter seiner Würde behandelt. — Hier also, an der einen und gleichen Stelle, wo auch das Bildungsmittel für die Anschauung liegen muß, — hier hat man zu suchen, was sonst nirgends zu finden ist: den Saden für einen frühen Kinder-Unterricht; der so beschaffen sey, daß er sowohl sich, als aller andern Unterweisung, eine Autorität schaffe, auf deren Geheiß die Zerstreuung entweiche, die Aufmerksamkeit komme und beharre. —

Die bisherigen Betrachtungen, über die Wichtigkeit der Mathematik für den Anfang der Erziehung, gehörten ganz eigentlich hieher; denn sie betreffen das ABC der Anschauung unmittelbar; zwar nicht von Seiten seines Zwecks — Bildung des Anschauens, — aber von Seiten seines Stoffs, welcher der Mathematik zugehört. Dagegen können die nachstfolgenden Bemerkungen, über die Unentbehrlichkeit der genannten Wissenschaft für das Mittel und das Ende der Erziehung, hier nur in so fern einen Platz verdienen, als sie Veranlassung geben, von dem ABC der Anschauung aus, einen Blick auf das ganze Geschäft der Jugendbildung zu werfen. Und gewiß ist es nothwendig, daß der Erzieher,

des

des Ganzen auch des dem kleinſten Theil gebühre. Verſetzt er ſich über einzeln: ſo gerirrt der Geiſtes, weil es nicht aufgefaßt wird; und die übrigen Hauptregeln ſind umloß beſchränkt und verwirrt. Die Idee des Plans muß in obſtügen Gleichgewicht ſchweben: nur ſo iſt Heil für die Werke eines Kunſt, die, mehr als andre, den ungelegenen Zuſätzen ausgeſetzt iſt; aber ſo auch iſt Hoffnung, der Zuſätze Weisheit zu werden. Denn das Schickſal wirkt mit eingekorn Geiſten, die ſich einander ſelbſt aufheben; die Kunſt aber gebietet einem Coſtem von Kräften, welche durch eine beträchtliche Reihe von Jahren kommt einerley Zweck verfolgen. —

Was nun den mittlern Theil der Erziehung betrifft: ſo laſſe ſich hier alles das wiederholen, was von jeher über den Nutzen der Mathematik für die Bildung des Geiſtes, geſagt worden iſt. Eine Gewohnheit der Denkkraft, die ſchon in den ſekunden Kinderjahren nothwendig iſt, wird man ſie in der Folge entbehren können? Wie der Körper, ſo muß auch der Geiſt von Zeit zu Zeit ſeine Übungsplätze wieder aufſuchen; um ſeine Kräfte zu prüfen, und ihre ganze Schärfe zu erproben. — Dazu kommt der Einfluß der Mathematik auf die übrigen Wiſſenſchaften. Was wird ohne ſie, aus der Philoſ., aus der Arzneiſch der Künſte, und der Maſchinen? —

Über

Über diese längst gekannten Gründe wirken wenig auf die Pädagogen. Gerade die Gegend, wohin die große Wissenschaft am kräftigsten wirkt, die Naturforschung, interessiert sie am wenigsten; und von den Naturwissenschaften gebrauchen sie denn Untersticht eher alles andre, als das mathematische. Mögen es ihnen die Kennen noch so oft wiederholen, wie, ohne dieses Werkzeugmittel, alles in elende Bruchstücke zerfällt: sie brauchen diesen Bruchstücken eine Kraft zu, der Jugend auf eine unbegreiflich ähnliche Weise — die Zeit zu vertreiben. — Der Grundfehler dürfte hier darin liegen: daß, unter den Kräftigen, welche im Kreise der Gebildeten — also auch der zu bildenden — Menschen, zusammen wirken müssen, — der Naturforschung ihr eigentlicher Ort und Rang, noch nicht genau bestimmt ist. Geschieht dies einmal, so wird die unentbehrliche Gehülfe, die Mathematik, bald auch in den Wesen ihrer Rechte gesetzt werden. Und von dem wirklich angetretenen Besitze, wird ein äußerliches Kennzeichen dieses sein: daß man nicht mehr bis auf die letzten Jahre des Unterrichts warten wird, um dann noch von der so lange verlassenen Wissenschaft einige verlorne Proben hinzusetzen die, so entbehrt von aller Einleitung und Fortleitung, unschickbar vom Ueberdruß einer schnellen Vergessenheit überliefert

werden; — daß man vielmehr in der Mitte des Unterrichts, der Geometrie und der niedern Algebra eine solche Stelle anweisen wird, wo sie an gehörige Vorbereitungen sich anschließen, und von wo sie einen reellen Einfluß durch alle nachfolgende Geschäfte der Jugendbildung verbreiten können.

In Rücksicht auf das Ende der Erziehung, erhebt sich unter mehreren Betrachtungen, welche auch hier noch die Hülfe der Mathematik laut anrufen, hauptsächlich eine, deren Wesentliches sich kurz so anzeigen läßt: Die eigentliche Vollenderin der Erziehung ist die Philosophie; aber die Gefahren der Philosophie abzuwenden, ist das Amt der Mathematik.

Es liegt in der Natur der Philosophie, allgemeine Begriffe zu isoliren, und sie für eine Zeitlang aus der Sphäre ihrer reellen Anwendbarkeit herauszusehen. Es ist ihr erstes unerschütterliches Geschäft, den Begriff, den sie zum Untersuchen vor sich nimmt, von den zufälligen Nebenbestimmungen zu trennen und zu säubern, welche in der Masse des Gegebenen, aus welcher er herausgehoben ward, mit ihm zusammenhängen. So entblößt, gewinnt er Deutlichkeit und Bestimmtheit; aber es verschwinden zugleich die Gränzen, in welchen, und die Bedingungen, unter welchen er Realität hatte. Dieß

Grän-

Gränzenlosigkeit, ist nun zwar eigentlich, Abwesenheit alles Gedankens an Größe; und, abgesehen von den Bedingungen, sollte er als etwas bloß Gedachtes betrachtet, und bey ihm von Seyn oder Nichtseyn gar nicht geredet werden. Aber eine äußerst häufige Verwechslung, schiebt der Gränzenlosigkeit: Unendlichkeit, oder auch Allheit und Vollkommenheit unter; und aus dem Hinwegsehn von den Bedingungen, macht sie entweder reelle Unbedingtheit, absolutes Seyn: oder Unmöglichkeit und Ungereimtheit, wenn sich nämlich die Widersprüche entdecken, die in dem, aus einem nothwendigen Zusammenhange gerissenen Begriffe, unfehlbar entstehen müssen. Zuweilen findet man auch den, in der That, lächerlichen Foll: daß einem Denker die beyden letzten Axiome, die doch einander aufheben, zugleich begeamen: daß er einem Begriffe, in welchem er innere Widersprüche anerkennt, gleichwol unbedingte Realität zuschreibt. —

Entlich sollten eben diese innern Widersprüche den Fortschritte d.s. Raisonnements motiviren. Ewart genau bestimmt, müssen sie das Ergänzungsglied, welches der Begriff, beim Herausheben aus dem Gegebenen, verlor, — oder die Reihe der Ergänzungen, wenn deren mehrere waren, — entdecken lehren; wodurch sie,
nach

nachvollig geendigter Untersuchung, auch völlig gehoben seyn werden; weil, verbunden mit den Ergänzungen, der Begriff Realität hatte, einer Realität aber innere Widersprüche zuzuschreiben, selbst der widersprechendste Unsinn und das Ende alles Denkens seyn würde. — Solche philosophische Integrationen würden sich zu dem bekannten mathematischen Integriren verhalten, wie Gattung zur Art. Freilich hört man in der Mathematik nie von jenen innern Widersprüchen, sie lassen sich aber in dem ersten besten Differential so gleich zeigen, wenn man einen Augenblick ignoriren will, was der Mathematiker nie vergißt: daß das Differential seinem Integral nothwendig angehört.

Es ist von selbst klar, daß das angegebne Verfahren den Hauptzweck aller theoretischen Philosophie erfüllen müßte. Der nothwendige Zusammenhang in dem Gegebenen, würde nämlich dadurch offenbar werden, wenn die Untersuchung fände: daß Isoliren der Begriffe seyn unmöglich; einer erfordere den andern, um mit ihm in ein Einziges Ganzes zu schmelzen. — Unglücklicher Weise aber ist es beynabe allein die mathematische Art des Integrirens, welche verhütet, daß nicht die ganze Gattung bis jetzt ein leerer Titel sey. Diese Art blüht und gedeiht schon vortreflich, und ist der höchste Ruhm der

Specu-

Speculation. Daher ist sie natürlich auch das einzige Vorbild für die noch zukünftigen Arbeiten der Philosophie, und die einzige Vorübung für den Jüngling, dem man auch nur die Mängel der bisherigen philosophischen Versuche, deutlich machen will. —

Es nachtheilig die Fehler, welche an das Nicht-Bemerken der Bedinungen sich anknüpfen pflegen, der theoretischen Philosophie werden: so wohlthätig wirkt das Verzeihen der Gränzen, für die practische. Die Gedanken drücken das Herz: man behut es den entsetzlichen Begriff zur nicht platonischen Idee; er wird unendlich, er wird vollkommen. Vollkommenheit zu denken, ist das Glück des Geistes, und der Ursprung des bessern Lebens. Wahrheit, Echtheit, Güte, — diese Ideen sind so geboren. Das Wirkliche, sagt Plato, will ihnen gleichen, aber es kann nicht. — Das aber ist es, was ein edler Enthusiasmus nicht ruhig duldet, was ihn treibt, und treiben soll, durch anstrengtes Thun dem Wirklichen zu helfen, damit es der Idee entgegen gehe.

Und hier, gerade auf dieser erhabenen Höhe, ist der Ort, wo die großen Gefahren der Philosophie beginnen. Der Trieb zu wirken, bedarf er etwa nur der Idee des Guten, um das Gute wirklich zu erreichen? der Eifer, bedarf er keines

Q

Süßels?

Zügel? das Gewicht, bedarf es keines Tacts und Maas haltenden Pendels?

Diese Fragen beantwortet und commentirt unser Zeitalter deutlich genug. Aber nicht eben so deutlich spricht es über das Mittel gegen die Uebel, — über das Ergänzungsglied, welches die Erziehung, indem sie den Jüngling durch die Philosophie belebt und beseuert, derselben nothwendig anfügen muß, um ihn nicht über alle Schranken zu spornen.

Nirgends anders kann dieses Ergänzungsglied liegen, als auf dem Felde der Ideen. Jede Hemmung von außen, verachtet der Geist, den Ideale schwellen; er trotzt, er droht mit seiner ganzen Kraft entgegen; was ihn hält, muß ihn verderben, will es vor ihm sicher seyn. Den Geist erkennt der Erzieher schon im Knaben; und ist hoch erfreut, wenn er ihn antrifft; denn aus dieser Art von Wildheit bildet sich der schönste, willigste, treueste Gehorsam; sie zähmt sich selber, so bald man sie leitet, daß sie es solle, (nicht müsse), und wie sie es könne.

Zeusset den edeln Eifer nicht, den Ihr fürchtet. — Gewöhnt vielmehr den Jüngling, die Dinge dieser Welt als nur allmählig zum Guten bildsam, — gewöhnt ihn, sie als Größen, und ihre Veränderungen als Functionen der bewegenden Kräfte, das heißt, als nothwendige,

bige,

bige, bey aller schelnbaren Unregelmäßigkeit doch
 höchst gesetzmäßige, und in jedem ihrer Sorten
 Schritte genau bestimmte, Erfolge der wir-
 kenden Ursachen, zu betrachten. Zeigt ihm, wie
 allenthalben da das Phantem der Regelmäßigkeit
 entwich, wohin die Kenntniß drang; und wie
 allenthalben da der Kenntniß ihr Fortschritt ge-
 lang, wo sie Maas und Größe suchte. Entbildt
 ihm den lächerlichen Dünkel der Unwissenheit, die
 von jeher, wie noch heute, da das Wesen zu leug-
 nen pflegte, wo es ihr nicht klar unter die Aus-
 gen trat. — Enthüllt ihm die Wunder der Ana-
 lyse, lehrt ihn, wie der einsidmige Fortschritt
 der Abcisse alle die Biegungen, Spitzen, und
 Knoten der mannichfaltigen Curven so sicher und
 streng beherrscht; wie behutsam die rasche Hy-
 perbel an ihrer Asymptote fortschleicht, um sie bey
 ewiger Annäherung doch nie zu berühren; wie
 selbst der unendlich kleine Krümmungswinkel, der
 aller Zahl, allem Maas sich entzieht, dennoch
 der vergleichenden Rechnung und Bestimmung
 nicht entzichen kann. Lehrt ihn diese Wunder
 begreifen; er sehe und finde es selbst, wie alle
 diese Größenbegriffe in einander hängen, und aus
 einander hervorgehn. Er entdecke sie in der Na-
 tur, und werde nun gewahr: daß alle jene sons-
 derbaren Curven nur zu Symbolen dienen
 das Heer der Bewegungen und Veränderungen

die in der Wirklichkeit unter seinen Augen vorgehn. So wird er beobachten lernen; er wird das Gesetz auch wo er es nicht sieht, doch suchen, wenigstens voraussetzen. Gegen dies, erkannte oder unerkannte, Gesetz, wird er sich wohl hüten, in wilder Wuth zu entbrennen und zu toben; er wird einsehn, daß in der Wirklichkeit es nicht auf das ankommt, was er will, sondern auf das, was, nach ganz andern Regeln, aus seinem Thun erfolgt. Diesen Regeln wird er vorsichtig sich anzupassen, — sie selbst wird er in den Dienst jener, vorher gefaßten, Idee d. s. Guten, einzuführen und darin zu erhalten suchen. — So wird er auch den Menschen als Natur, als bildsame Natur erblicken, trotz euren Schimären vom radicalen Guten und Bösen. — Fürchtet hiebei nichts von Materialismus! Euer Schüler kennt seine allgemeinen Größenbegriffe schon zu gut, um zu vergessen, daß denselben der Begriff der Materie gerade so zufällig ist, wie der des Geistes. Auch wird die tägliche Erfahrung, die er nie aus den Augen läßt, ihn schon hüten, daß er nicht zwei so verschiedene Anwendungen der nämlichen Theorie, unrechtmäßig vermische.

Genug von Dingen, die vom ABC der Anschauung so weit entlegen, — wenigstens scheinen möchten. Zwar sind sie es nicht. Denn
eben

eben um diese höhern Zwecke erreichen zu können, ist das ABC nothwendig; nie wird etwas werden aus dem Gebrauch der Integralrechnung für Jünglinge, wenn nicht der Knabe seine Elementarübungen wohl inne hatte. —

Hier ist noch etwas anzufügen über die Oekonomie der Pädagogik. Die Einwendungen der Finanzen zerstören die schönsten Pläne; — dem Pädagogen ist die Zeit das kostbare Gut, was er aufs wirtschaftlichste unter die verschiedenen Geschäfte, welche Anspruch darauf machen, zu vertheilen hat. Möchte man nun auch die Unentbehrlichkeit der Mathematik zu einer vollständigen Erziehung, so streng wie einen mathematischen Lehrsatz selbst, beweisen: so würde doch das, was unmittelbar im Leben, in den Berufsgeschäften, nothwendig ist, noch strengere und ältere Ansprüche geltend machen, — die moralische Bildung steht ohnehin unter dem besondern Schutz des Pädagogen, — ihr zu helfen und zu dienen, müssen doch auch einige Zierden des Geschmacks herbeigerufen werden, (die Schleifwege ungeredet, auf denen die Waaren des geistigen Luxus sich selbst einführen), — endlich kann man doch vor allen Dingen nicht umhin, für diejenigen Kenntnisse zu sorgen, deren Mangel eine gemeine Unwissenheit verrathen würde. Wird nun dies alles, in seine Abtheilungen und

Unterabtheilungen wohl zerlegt, gleichsam auf eine Tafel nebeneinandergelegt, damit das Nidithige von den minder Nidithigen geschieden, und Jedem, Jahr und Stunde anzuweisen werde: so kann der Pádaqoac nicht anders, als über die furchtbare Waffe erschrecken, sich selbst, und den armen Kopf seines Knaben bedauern, in den so viele, so heterogene Dinge eingezwängt werden müssen! Vollends trübe wird diese Aussicht, wenn man sich erinnert, daß doch eigentlich alles, was Wissenschaft heißt, ursprünglich aus einem wahren und unschätzbaren Wohlgefühl des Geistes bey dem Erfinder hervorging, daß eben das bey Erheiterung und Erhebung seine wahre Bestimmung bleibt, — und daß jetzt, da alle diese Wohlthaten sich stundenweise in den Kopf des Knaben einpressen wollen, nicht nur der Kopf von ihnen gedrückt, sondern auch das Herz, die tiefere, feinere, theilnehmende Empfindung, von ihnen nach den entgegengesetzten Seiten auseinander gezwängt, gezerrt, gerissen werden wird, daß schlechterdings die Lust an den einen, Unlust an so vielem andern, was störend dazwischen tritt, erzeugen muß, — daß also mit dem müthigern Kopfe, der sich diese Theilung des Gemüths nicht gefallen läßt, die Erziehung in des ständigen Kriege leben, und daß sie der schönern, sanfteren Seele, die sich keinen Mangel an

Folge

Kosamkeit vergeihen mag, eine ununterbrochene Reihe von Kränkungen zufügen wird. Statt den aufstrebenden Ideen zu helfen: wird sie sie durch einander zersähen; statt die Empfindungen mit immer neuer Wärme zu erquickern, wird sie sie durcheinander erkälten und tödten.

Sollte der Verfasser den eigentlichen Anfangspunkt einer auf den Grund dringenden, pädagogischen Einsicht, angeben: so fände er ihn in einer tiefen Besinnung an diese Wahrheit. Eine solche Besinnung ist es, wodurch Pestalozzi getrieben wird, nach bestimmten Reihensätzen im Unterricht zu suchen. Einer solchen Besinnung haben wir die Idee des ABC der Anschauung zu verdanken.

Wer die Mathematik, von der hier die Rede ist, wirklich kennt, wer sie nicht nur gelernt, sondern auch mit seinem Gefühl gleichsam gekostet hat: der kann unmöglich dazu raten, daß man sie Jünglingen, die dem gewöhnlichen Gange des Unterrichts mit dem Interesse, was dafür möglich ist, sich einmal angeeignet haben, noch obendrein aufdringe. Der Gemüthszustand im mathematischen Denken, ist von der Stimmung dessen, der mit jugendlicher Hoffnung nach philosophischer Weisheit sucht, oder dessen, der mit Liebhaberei in der alten Geschichte forscht, oder dessen, der dem Gesange der Dichter hingegeben

ist, — zu weit verschieden; diese Gemüthszustände werden nicht von einer Stunde zur andern wie Kleider gewechselt. Diejenigen, bey denen von allen diesen, und noch mehreren andern, Insten, Etwas angeregt ist, — würden durch die Mathematik, diese Priesterin der Deutlichkeit und Klarheit, sich nur mehr verwirrt fühlen; sie würden vollends nicht wissen, nach welcher Seite sie sich wenden sollten; — der völlig leidende Gehorsam gegen ihre Lehrer würde ihre einzige Zuflucht werden.

Aber die ganze Vorstellungsart, als seyen die Gegenstände des Unterrichts eine Masse, deren Theile alle neben einander liegen, — welcher Vorstellungsart die Pädagogik zwar nicht systematisch, aber sehr gewöhnlich folgen, — ist von Grund aus verkehrt. Es findet sich hier ein Gegensatz, ungefähr wie in der Physik zwischen dem atomistischen und dem dynamischen System. Wie nach dem letztern bey weitem nicht das ganze Quantum der Materie im Raume außer einander liegt, so soll auch der Geist des Zöglings nicht etwa eben so viele einzelne Kräfte, — eben so viele kleine Stückchen von seiner gesammten Lernfähigkeit, abgetrennt darreichen, als der Unterricht Auffassungen von ihm verlangt. Die Lernfähigkeit ist vielmehr eine intensive Größe, welche durch eine, ihr entsprechende, Solidität

des Unterrichts, in einem stetigen Zuge fort dauernd ausgefüllt werden muß. Zwar läßt sich dies hier nicht, wie eigentlich nöthig wäre, in speculativer Schärfe erörtern. Aber so viel ist leicht einzusehn: erstlich, daß man der Verlegenheit, welche der Mangel an Zeit bey der Menge des Unterrichts verursacht, nicht vortheilhafter entgegen könne, als indem man den innern Gehalt, das Gewicht dessen was in jeder Stunde gelehrt wird, vermehrt und verstärkt; — wodurch eine große Menge der vorher gemachten Abtheilungen und Unterabtheilungen, wieder zusammen schwinden wird. Zweitens, daß jede Stunde eines soliden Unterrichts, eine Kraft in dem Gemüthe des Zöglings zurückläßt; und daß man die, durch verschiedene Arten des Unterrichts erzeugten Kräfte, conserviren, folglich sie hüten müsse, einander zuwider zu streben und zu wirken; (welches sonst jenen Streit der Empfindungen und jene Betäubung des Geistes verursacht, bey der an keine Selbstständigkeit des Characters zu denken ist). Drittens, daß man im Gegentheil die einmal erzeugten Kräfte, mit möglichstem Vorthail, vereinigt gebrauchen müsse, um dadurch immer und immer Mehr zu gewinnen. Viertens, daß man, dem zu Folge, bey der Vertheilung des Unterrichts auf Jahre und Stunden, vor allem dahin zu sehn habe;

C 5

welches

welches die brauchbarsten, und stärksten, dieser Kräfte, seyen, — damit man sich diese am ersten und am sorgfältigsten verschaffe, — und, wie man den ganzen Fortgang so einrichten könne, daß nie eine Kraft müßig liege, daß vielmehr jedesmal alle vorher erzeugten in der ganzen nachfolgenden Zeit beständig in voller Arbeit wirken mögen.

Rechnet man so: dann ist die Mathematik sicher, Raum genug in den Lectionscatalogen zu finden.

Man wird es ihr alsdann nicht missaginnen: theils, in drey verschiedenen Perioden des Jugendalters, einen Hauptbestandtheil des Unterrichts auszumachen; theils, in den Zwischenzeiten, durch eingestreute Uebungen, sich gegenwärtig zu erhalten, und mehr Geläufigkeit zu gewinnen.

Die frühesten Uebungen im Zählen, Messen, u. d. gl. abgerechnet: wird die Mathematik zuerst im 8ten, 9ten, oder 10ten Jahre, in Gestalt des ABC der Anschauung erscheinen, und in einem Zeitraum von etwa dreyciertel Jahren, täglich eine Lehrstunde, nebst einigen Uebungsstunden, verlangen. — Im 12ten, 13ten, oder 14ten Jahre, sollte ein Zeitraum von anderthalb Jahren, und wieder täglich eine Lehrstunde, hinzureichen, um Arithmetik, Geometrie, Trigonometrie

the und niedere Algebra, den durch jenes N B C vorbereiteten, völlig deutlich zu machen. Endlich im 18ten, 19ten oder 20ten Jahre, würde die höhere Analysis, wieder in einem Zeitraum von anderthalb Jahren bei einer Lehrstunde täglich, das Studium so weit vollenden, als der, welchem Mathematik nicht Berufsgeschäft ist, sich wünschen wird, es für fernere Cultur und Gebrauch im Verfolg seines Lebens, zu besitzen. — Bei diesem ungefähren Ueberschlage, ist übrigens nur von reiner Mathematik die Rede; die angewandte fällt für den Pädagogen jebeomal in das Gebiet ihres Stoffes.

Zellner aber, als täglich einmal, dürfen die Lehrstunden nicht seyn, wenn man irgend darauf rechnen will, daß in dem Lehrling die nöthige Sammlung des Geistes sich erhalte.

Gelegenheit für die, in den Zwischenzeiten einzustreuenden, Uebungen, wird der übrige Unterricht vielfältig darbioten.

V.

Einige Bemerkungen über die Darstellung der Mathematik, zum Behuf der Erziehung.

Will die Mathematik der Jugendbildung die vorhin erwähnten Vortheile wirklich leisten: so wird

wird sie in die Reihe der übrigen, dazu mitwirkenden Gehülfen, so gefellig, so freundlich als möglich eintreten. Zwar ihre wahre Würde wird sie ganz mitbringen, und ganz setzen; aber alle zufällige Sonderbarkeiten wird sie gern vermeiden. Soviel möglich wird sie sprechen und thun wie die übrigen; und wo sie das Benehmen derselben zu bessern sucht, da wird sie es zur Natur zurückführen, nicht aber neue Moden herbeibringen, neue Gezwungenheiten und steife Manieren an die Stelle der alten setzen wollen. Der Präcision ihres eigenthümlichen Ausdrucks wird sie gewiß keinesweges entsagen, aber, je höhern Rang man ihr dafür zusieht; desto sorgfältiger wird sie machen, daß ihr Ausdruck auch immer wirkliche Präcision sey. Wohl verhüten wird sie, daß man ihr nicht nachweise: durch ihre künstliche Sprache habe sie sich selbst in Gedankenlosigkeit gewiezt, und im Schlaf ihre Arbeit mechanisch vollbracht. — Zwar wäre es auch dann noch der große Homer, welcher schloß; — aber doch hätte er dann auch, weder zu sagen für die, welche auf jeden Laut seiner Organe voll Ehrfurcht horchten. —

Bestimmter zu sprechen: um die Vorübung im Denken abzugeben, muß das mathematische Raisonnement keine eigne Art des Denkens seyn, sondern es muß den nämlichen Gang nehmen, den

den allgemein der gesunde Verstand seiner Natur nach acht, so fern er von zufälligen Eindrücken im Ueberlegen nicht gehindert wird.

Es ist aber die Art des gesunden Verstandes, daß er sich auf dem Standpuncte, von wo aus er fortschreiten will, zuerst rund umher umsieht, um das ganze Feld zu überblicken, und sich darin zu orientiren; — dann wählet er auf dem kürzesten Wege, stets mit vollem Bewußtseyn der Gegend, worin er sich befindet, zu seinem Ziele hinzugehn; — endlich, wenn er es erreicht hat, von hier nochmals rings umzuschauen, um die neue Nachbarschaft, die ihn nun umgibt, kennen zu lernen.

Dem Sprachgebrauch gemäß, kann man die Umsicht, der Einbildungskraft; das Fortschreiten ganz eigentlich den Verstande, zuschreiben.

Man sieht sogleich, wie sehr diese Unterweisung auf die Mathematik anwendbar ist. Die große Wissenschaft beschäftigt wenigstens eben so sehr die Einbildungskraft, als das Schlußvermögen. Ehe dieses zum Demonstriren kommt: muß jene die Klauen entwerfen, die Sphäre mannichfaltig mit Linien durchbohret und durch Ebenen zerfällt, die unendlichen Reihen hingestreckt, und mit andern Reihen durchschritten haben. Die ganze Fülle der combinatorischen Darstellungen gehört der Einbildungskraft; der
bloß

bloß fortschreitende Verstand würde traurig langsam von einem Element zum andern schleichen. Gerade der Ueberblick über die Reihen, und über die verschiedenen Werthe einer fließenden Größe, ist Anfangs in der Analysis das schwerste. In der Lehre von den Wurzeln und Logarithmen haben die Schüler gewonnen, sobald sie sich den beschleunigten Gang der Potenzen den gleichförmigen Vorrücken der Wurzeln oder der Exponenten, und die immer gedrängtere Lage der letztern den gleichförmigen Wachsen der erstern, mit Leichtigkeit vorstellen können.

Wie nun, wenn man, ohne diese Umsicht vorbereitet und geläufig gemacht zu haben, etwa eine einzelne Wurzel, einen einzelnen Logarithmen, oder auch ein paar derselben, von deren nothwendiger Distanz aber der Schüler sich keinen Begriff macht, — in einer Rechnung gebraucht: zählt man nicht, wie ängstlich, wie peinlich der Lehrling nun auf dem schmalen Seile der Regel fortgehen muß, die Augen einzig auf die Füße gehettet? — Und wie vollends, wenn man allgemaine Lehrsätze über so fremde Dinge, in Menge auf einander häuft? Dann muß man, um einigermaßen nachzuhelfen, die Zeit mit vielen Reyspielen verderben, die doch, weil sie in der weitesten Sphäre des Begriffs immer viel zu einzeln stehn, der Einsicht wenig Gewinn bringen.

Wiel-

Niemehr sey das erste Gesetz des Vortrags: die mathematische Einbildungskraft nicht zu vernachlässigen; sie früh an vollständiges und rasches Durchlaufen des ganzen Continuum, das unter einem allgemeinen Begriff enthalten ist, zu gewöhnen. (Diese Regel ist von großem Einfluß auch auf ganz andre Arten des Unterrichts). — Hieraus folgt, daß man schon beim ersten Anfange die Größen soviel inbaldich als fließend betrachten lehren soll. Dadurch wird man das Bedürfniß nach der gesammten Mathematik aufregen.

Auch der Stoff, den man der Einbildungskraft zuerst darreicht, ist nicht gleichgültig. Er muß leicht zu verarbeiten, und die Verarbeitung muß vom größten möglichen Nutzen seyn für das ganze fernere Studium. — Es gibt wol nichts, was so gleichsam in der Mitte der Mathematik läge, wie die Trigonometrie. Die Betrachtung der Triangel liegt der ganzen Geometrie zum Grunde, — und die reine Analysis, die eigentlich mit Raumbegriffen nichts gemein hat, weiß sich doch beim Integriren gar oft nicht anders zu helfen, als indem sie der Trigonometrie ihre Verhältniß-Folgen abborgt. — So wäre es denn schon in dieser Rücksicht wünschenswerth, wenn es etwa mit den übrigen Absichten des WBC der Anschauung sich vertrüge, daß Triangel

gel der erste Gegenstand mathematischer Uebungen würden. —

Was, zweitens, das Verhältniß der Mathematik zum Verstande, betrifft: so mag die große Wissenschaft es ihrem Verehrer verzeihen, wenn er sie hier noch nicht so vollkommen findet, wie sie zur Bildung der Geister — ihrem edelsten Beruf, — es in der That werden muß. Nicht an Umfang, noch an Gewisheit und Bündigkeit fehlt es ihr dazu, aber an systematischer Eleganz, und an philosophischer Durchsichtigkeit. Jeder Manne hierin macht sich beim pädagogischen Gebrauch aufs unangenehmste fühlbar, aufs nachtheiligste wichtig, — da es für diesen Gebrauch nicht auf die Resultate, noch auf ihre Zuverlässigkeit, sondern auf das Denken selbst, und auf dessen musterhaften Gang ankommt.

Das strenge speculative Denken leidet keine Willkürlichkeiten. Nicht mehr noch weniger soll es enthalten, als was gerade nöthig ist, um die innere Nothwendigkeit des vorliegenden Lehrsatzes ganz und unmittelbar zu durchschauen. — Alle Willkürlichkeiten sind Individualitäten der Erfinder und Lehrer, sie halten die allgemeine Mittheilung auf, und sind ihrer nicht werth.

Die mathematische Analysis erlaubt sich jeden Augenblick Bequemlichkeiten, welche eine präcise
Methode

Methode sich unmöglich gestatten kann. Einen Satz durch Auflösung der Begriffe (Analysis) beweisen, heißt, sich durch die gegebenen Begriffe selbst, hintreiben lassen zu denen, welche die innere Nothwendigkeit des Satzes enthalten. Diese Nothwendigkeit liegt aber nicht in willkürlichen Hypothesen, oder willkürlichen Rechnungen; sie ist überhaupt nicht entdeckt, so lange es zwey oder mehrere Beweise giebt, welche die Sache gleich deutlich machen. Und das, wozu die gegebenen Begriffe hintreiben, was sie herbeysfordern können, ist gewiß nur das, was nothwendig und wesentlich zur Natur des Lehrsatzes gehört; aber darum ist auch das nicht Analysis, was die Willkürlichkeiten herbeysog.

Diese lehren sind es, welche das mathematische Studium schwer machen, und die Freude daran verbittern. Der Geist, der in die Sache selbst sich vertiefen und versenken wollte, wird von ihnen seitwärts gesprengt, durch eine Menge enger krummer Nebenwege umhergejagt; so geht die reine, heitere speculative Fassung verloren; und kommt man ans Ziel, was ist gewonnen? Glauben freylich muß man dem Beweise, denn Schritt vor Schritt betrachtet, war er ohne logischen Fehler; aber da man das Ganze nicht durchblickt, da vielmehr jeder einzelne Schritt einen Absatz im Denken macht, — so hätte man

D

bey

beynahe eben so gern der Geschicklichkeit des Lehrers auf bloße Worte geglaubt, als einem solchen Beweise. Gerade dem, der mit wahrem Gefühl den majestätischen Gang einer reinen Speculation zu bewundern und zu verehren fähig ist, der mit wahrer Unterscheidungskraft den Contrast erkennt zwischen ihr, und zwischen leeren losen Spitzfindigkeiten, willkürlich umhergezeirten Begriffen, tautologischen oder sophistischen Spielwerken, — gerade diesem muß es am unangenehmsten auffallen; wenn die Analyse mit einem nicht ganz edeln Ausdruck — von Kunstgriffen redet, — durch deren Hilfe aus einem Knäuel von Buchstaben, ein anderer gemacht wird, der alsdann nach gewissen Mengen von Substitutionen, von Multiplicationen und Divisionen mit ganz fremden Größen, von hin und hergeworfenen Gleichungen, fertig ist, um mit einem Schwerdt, das aus irgend einem Winkel der Kustammer herbeugeholt wird, zerhauen zu werden. Am Ende kommt oftmals eine so einfache Gleichung heraus, daß sie schon dadurch Verdacht erregt, das ganze Gewirre von Rechnungen, bey denen man die Aufgabe vergißt um sie aufzulösen, könne dem Wesen der Wissenschaft wol nicht zugehören.

Ein vortreffliches Beispiel von Verbesserung, das den strengen systematischen Forderungen voll-
lig

lig entspricht, bleibt die combinatorische Begrenzung des binomisch n und polynomischen Lehrsaßes, welche wir Hrn. Hindenburg verdanken. Aber für eine Veränderung im Ganzen hätte vorher die Metaphysik noch manche alte Schuld zu begleichen. Besonders müßte durch sie die noch immer so mächtige Scheu vor dem Begriff des Unendlichen aufhören, die unsre Mathematiker bewegt, auf seltsamen Umwegen dasjenige ohne diesen Hauptgriff ihren Schülern deutlich machen zu wollen, was den Erfindern selbst nur durch ihn zugänglich wurde. Eine Menge kleinerer Uebel kann gleichwol der Unterricht schon durch bessere Auseinandersetzung und Anordnung heilen. ¹¹¹ Darauf hinzuweisen, schien hier desto nothwendiger, je stärker vorhin der Pädagogik angewuthet war, der Mathematik als einer Hauptkraft des Unterrichts ein volleres Vertrauen zu schenken.

Erster Abschnitt.

Ueber die Einrichtung des XCE der Anschauung.

Wenn man die Betrachtungen der Einleitung noch einmal versammelt: so zeigt sich ein dreifacher Zweck der hier gesuchten Elementarübungen; sie sollen die Anschauung bilden, der Erziehung helfen, und die Mathematik vorbereiten. Ihre Einrichtung wird also erst durch das Zusammentreffen der Ueberlegungen, wozu eine jede dieser Absichten einladet, völlig bestimmt sein. Zuvor muß jede einzeln erwogen werden. Damit aber die daraus hervorgehenden Resultate sich geschickt zusammensügen, damit nicht etwa ein scheinbarer Streit unter ihnen, uns verführen möge, statt ihrer freundschaftlichen Vereinigung, einen beschränkenden Vergleich stiften zu wollen: müssen wir noch einen Augenblick an die Frage wenden, was eigentlich jede der drei Absichten über die Anordnung unserer Vorübungen zu entscheiden habe?

Wenn

Wenn die Bildung der Anschauung sich als eine Sache der Erziehung von selbst darstellt; so mußte dagegen die Einleitung, zwischen diesen beiden, und der Mathematik, das Band erst knüpfen; welches zwischen der ersten und dritten, nur noch sehr lose auflag. Bloß der, sehr allgemeine, Schluß: was mit Plan, das geschieht nach Begriffen, triete, von der Nothwendigkeit, planmäßig für die Reife der Anschauungen zu sorgen, hinüber nach der Wissenschaft, welche die Begriffe von dem Anschaulichen, verarbeitet. Und wenn die Anschauung gelehrt werden sollte, so war klar, daß dieses, wie alles eigentliche Lehren, eine Uebersieferung von Begriffen seyn müßte. Ob aber, und in wiefern es überall möglich sey, die Bildsamkeit des Anschauens unter das Gehot der Lehre zu bringen: das blieb im Dunkeln; und wie konnte es anders, wenn nicht zuvor die Natur des Anschauens tiefer ergründet wurde? Das aber war nicht die Sache der Einleitung; es ist das Wesentlichste der hier anzustellenden Nachforschungen.

Daraus muß sich zuerst das Materiale für unsre Vorübungen ergeben. Dasselbe unter Begriffe zu bringen, und aus diesen Lehrsätze zu machen, — das ist dann prextens die Bitte, die wir an die Mathematik zu richten haben,

D :

und

und auf welche wir vorläufig das allgemeine Versprechen, und einige Nachricht erwarten, wie sie uns etwa zu Hülfe zu kommen denke, was sie geben, was sie zurückbehalten, welche Rücksicht sie dabei auf sich selbst nehmen werde? — Endlich wird noch die Vadaqaat angezeigt, welche äußere Form sie dem Ganzen wünsche, welche Bequemlichkeiten sie anbieten könne, welche Erleichterungen sie dagegen zu empfangen sich verspreche? — Die Mathematik tritt also in die Mitte zwischen der Anschauung und der Erziehung; und darnach müssen auch die folgenden Betrachtungen sich ordnen.

I.

Grundlinien einer Theorie der Anschauung.

Da diese Theorie mit dem äußern Leben, (dem Organ, dem Lichte, &c.) nichts zu thun hat, also von Perspectiv und Optik ganz schweigt; da sie sich eben so wenig auf die ästhetische Auffassung einläßt: so kann sie sehr kurz seyn; denn es bleibt ihr bloß der Act des Anschauens, das unmittelbare geistige Wahrnehmen und Fixiren des Sichtbaren, auseinanderzusetzen übrig. Nur ersinnere man sich, daß hier vom Anschauen der

Form

Form die Rede sein. Also von einer Zusammenfassung des Gefährten. (Man sehe Einl. I.). Durchaus aber nicht etwa von der Frage: durch welches "Fenster" die Dinge an sich, in die Seele steigen. —

Was das Auge sieht, das ist nie einfach. Es hat immer eine Ausdehnung nach Breite und Länge, nicht aber nach der Tiefe. An diese bekannten Sätze wird hier nur erinnert. Auf der Fläche nun, welche in einer beträchtlichen Ausdehnung dem Auge gleichförmig sichtbar ist, würde das bloße körperliche Auge für sich, ebenfalls gleichförmig verweilen, und eben darum keine Gestalten unterscheiden. Denn eine Gestalt ist begränzt; und muß, um gesehen zu werden, durch einen eignen Act der Aufmerksamkeit aus jener Fläche herausgehoben werden. — Aber es ist auf derselben Eins vor dem andern hervorstechend, das heißt, mit ungleicher Stärke wird Eins vor dem andern wahrgenommen. Diese Ungleichheit des Auffassens kann wechseln, und wechselt wirklich. Bald ist das stärker aufgefaßt, mehr, bald weniger; zuweilen sucht sich das Auge auf einzelne Punkte zu concentriren. Bald wandelt es hier und dort umher, bald nimmt es das vorhin einzeln betrachtete, eine kleine, eine größere, eine noch größere Menge, endlich das Ganze zusammen. Ein solches Zusammennehmen

aller Theile eines Dinges, und Weglassen alles des übrigen zugleich sichtbaren: — das ist es ohne Zweifel, wodurch die Gestalt dieses Dinges gefunden wird. Soll aber auch die Lage verschiedener Dinge gegen einander, gefunden werden: so müssen die verschiedenen schon gemachten, und nicht wieder aufzulösenden Zusammenfassungen, in eine neue Umfassung einachn: schon zusammengesetzte Ganze, müssen ein größeres Ganzes geben. Dies kann so fort gehn. Die Pupille des Auges, die Augenbraunen, Augenglieder, u. s. w. machen zusammen das Auge; Augen, Ohren, Nase, Mund, u. zusammen das Gesicht; das Gesicht mit den übrigen Gliedern, den Körper; und mehrere Personen machen zusammen eine Gruppe. Indem wir diese Gruppe mit einem gebildeten Blick anschauen, ruhen wir nicht etwa gleichförmig, ohne Unterschied und Gränze, auf dem Ganzen; das gäbe ein Chaos von Farben, aber keine Gruppe von wohlgegliederten Menschen: sondern uns liegt wirklich auf die beschriebene Weise eine Zusammenfassung in der andern. Indem wir hindblicken: gestalten wir das Auge besonders, die Nase besonders, jede Person besonders; endlich gestalten wir aus dem Allen zusammen die Gruppe.

Man erstaunt vielleicht über eine so verwickelte Thätigkeit, deren wir uns meist so wenig bewusst

wußt sind. Aber man wird weniger erschauern, wenn man sich erinnert, wie unvollkommen, wie fehlerhaft diese Operation auch oft verrichtet wird. Freylich der Künstler kommt mit diesem Articuliren der Gestalten gänzlich zu Stande; aber dem gemeinen Blick fehlt Anfang und Ende, er kommt weder bis zu dem Kleinsten, noch bis zum Größten. Irre und unbestimmt schwebt er in der Mitte umher; zweifelt, wie er sich theilen, — zweifelt, wie er das Getheilte verbinden solle. Irrapirt von den Forderungen, die der Gegenstand an ihn macht, bildet er sich vielleicht ein, genossen zu haben; aber nur der Künstler, der des Gegenstandes mächtig ist, genießt wirklich. — Vielleicht auch giebt sich der Ungeübte dem Vergnügen hin, an den sanften Krümmungen auf und abzuweichen, — spielt so durch die Gestalt hin, — und empfindet auf diese Weise wirklich den Reiz des Schönen. Die ästhetische Anschauung möchte in der That wol mehr dem fließenden Sehen, als dem fixirenden Fassen — anfangen, — nur nicht sich damit begnügen. Aber der Fehler, den jener Ungeübte machte, wird sich alsobald offenbaren, wenn er sich zum Nachzeichnen setzt. Will er — und das ist natürlich — auf eben die Weise reproduciren, wie er aufgefaßt hat; will er den Griffel eben so sanft und allmählig, wie vorhin das Au-

abgleiten lassen: so ist es unmöglich, daß er
 nicht bey der ersten krummen Linie, deren Fluß
 er nachzubilden denkt, in einen beträchtlichen
 Fehler ver falle. Denn eine krumme Linie ändert
 ihre Richtung bey jedem einzelnen Punct nur un-
 endlich wenig; wer also von Punct zu Punct
 fortgeht, bey dem häufen sich der unendlich klei-
 nen Fehler unendlich viele, und bringen, so un-
 merklich einschleichend, das Ganze aus seiner La-
 ge. — In der That ist auch das fließende See-
 hen, kein Auffassen der Gestalt; der letztern ge-
 schehen alle ihre Theile zugleich zu, und alle wols-
 len gleichförmig bemerkt seyn. Jedem Angeüb-
 ten sollte der Endpunct der krummen Linie, das
 letzte Resultat aller ihrer Krümmungen wer-
 den; aber anstatt den Endpunct mit dem An-
 fangspuncte nur vermittelst d. s. von einem zu
 andern führenden Auges zu verbinden, hätte er
 die Distanz derselben, und ihre Lage gegen den
 Rücken der Krümmung, auf einmal, unmittel-
 bar auffassen sollen; dann würde die krumme
 Linie sehr weit zwischen ihnen gelegen haben,
 laut des Vorigen, ist das Veticuliren der Ges-
 talten ein sehr zusammengesetztes, und darum
 schwieriges Geschäft. Soll es nun leicht, und
 für Jedermann zugänglich werden: so muß es
 in seine einfachsten Bestandtheile zerlegt wer-
 den, so daß man dieser sich einzeln bemächti-
 gen

gen Köpfe, um sie erst nachher wieder zu verbinden.

Zusammenfassen heißt in der Kunstsprache, combiniren; und, eine große Zusammenfassung in kleinere und in die kleinsten zerlegen, ist das umgekehrte Geschäft, von dem, was die Combinationenlehre zeigt, wenn sie von gegebenen, ganz einfachen Elementen, noch und noch zu allen daraus zu machenden mehr und mehr zusammengesetzten Verbindungen fortgeht.

Es muß demnach hier von dem sogenannten Combiniren überhaupt, ohne Wiederholungen, das Wesentlichste eingeschaltet werden. Weitere Auskunft giebt unter andern Stahls Grundriß der Combinationslehre, Jena und Leipzig, 1800. S. 72, ff.

Die gegebenen Elemente, sie seyen nun wirkliche Dinge, oder Zahlen, oder, wie hier, gefärbte Puncte, — pflegt man durch Buchstaben zu benennen. Um an einem kurzen Beispiele die Verbindungen, von denen hier die Rede ist, darzustellen, seyen vorläufig nicht mehr als 5 Elemente gegeben; welche durch die Buchstaben a, b, c, d, e, bezeichnet werden. Von ihnen werden erst 2, dann 3, dann 4, dann alle 5 sammengesetzt *). Alle dadurch mögliche Combinationen zeigt folgende Tafel;

*) Um dies, und das zunächst folgende, worauf es
168

a	b	c	d	e
	ab	ac	ad	ae
		bc	bd	be
			cd	ce
				de
	abc	abd	abe	
		acd	ace	
			ade	
		bcd	bce	
			bde	
			cde	
		abcd	abce	
			abde	
			acde	
			bcde	
			abcde	

Man

ankommt, ganz leicht zu fassen: betrachte man einen Kupferstich, einen Grundriß, u. d. gl. wozu auf Gegenstände (genauer, die Endpunkte derselben) mit Buchstaben bezeichnet sind, die auf darunter geschriebene Namen hinweisen. Wo nun die folgende Tafel ein paar Buchstaben verbindet, da nehme man in dem Kupferstich die beiden damit bezeichneten Punkte zusammen; man kann sie aber nur dadurch zusammenfassen, daß man auf ihre Distanz achtet, oder die dazwischen mögliche ge-

rade

Man betrachte die Tafel aufmerksam, um zu sehen, ob man auf gleiche Weise auch dann alle Verbindungen aufzustellen wissen würde, wenn nur die vier Elemente a, b, c, d. gegeben wären? Es fiel alsdann c weg; und folglich alle Verbindungen worin c vorkommt. Diese stehen aber alle in der hintersten Columnne unter einander; welche Columnne man nur weglassen, — oder wieder hinzusehen könnte, wenn zu den 4 Buchstaben a, b, c, d, das c jetzt wiederum hinzugezogen würde. Es ist es auch leicht zu übersehn, was an der Tafel sich ändern müßte, wenn noch ein sechstes Element, f, dazu käme. Dann wäre noch eine Columnne anzufügen, die oben mit f anfinge, durch die Klasse der Paare mit af, bf, cf, df, ef, unter einander gesetzt, fortginge, in der Klasse der dreifachen Verbindungen zuerst abf hätte, dann acf, u. s. w. — endlich ganz unten mit einer neu hinzukommenden sechsten Klasse schloße, in der aber für jetzt nichts anders stünde, als abdef. Es ist einleuchtend, daß auf eben die Weise ein siebentes Element, g, auch eine

rade Linie in Gehäulen zieht. Eben so, wo die folgende Tafel drei Buchstaben verbindet, da nehmen man die drei zugehörigen Punkte zusammen, so findet man ein bestimmtes Dreieck, welches sie einschließen; und für 4 Punkte ein Viereck, u. s. f.

eintretender Falschheit) ein achtes; eine achte, herbeibringen würde, — daß, mit einem, Wort für jede, auch möglich so große Anzahl gegebener Dinge, sich alle möglichen Verbindungen nach dem angegebenen Muster würden auffinden lassen. Indem die Anschauung sich die Gestalt eines Gegenstandes unmittelbar zu eigen will, so soll sie nach dem vordrigen alle Theile desselben, oder alle die Theile des Theils, die man für die Anschauung Punkte nennen kann gleichförmig auffassen. Neben den Punkten sind unzählige viele, und wir wollen das Geschäft die sich auffassenden Theile durchschneidung, in seine Theile theilen. Der Randtheile. Vor der gleichförmigen Anschauung aller Punkte soll also die Zusammenfassung einiger, weniger Punkte vorhergehen, und darnach mit diesen, allmählig mehrere zu verbinden. Nehmen wir die ersten Punkte sehr nahe bei einander, sagen können dann werden die nahe liegenden an, und so fort, bis wir langsam von einem Ende, des Gegenstandes zum andern gekommen sind. So geht das ein leitendes, fließendes Sehen, dessen Nachtheile vorher gezeigt sind. Gerade umgekehrt also müssen die zuerst zusammenfassenden Punkte so entfernt als möglich gewählt werden, um dann allmählig die Mitte zwischen ihnen immer mehr und mehr auszufüllen. Ungefähr so pflegt auch der Zeichner zu verfahren,

ren,

ren, der zuerst die äußersten Contouren entwirft; dann, so zerstreut als möglich, in dem mittlern Raume dies und jenes andeutet, und die nöthig zusammenhängende Ausfüllung bis zuletzt verleiht. So wird dem Bilde seine richtige Lage gesichert. Aber wieder nur durch den geübten Zeichner, — die Versuche des Anfängers im Entwerfen der Umrisse, sind sehr unsicher, sehr mühsam, oft langweilig, zuweilen fruchtlos, Aus sehr begreiflichen Ursachen. Der Umriss ist für ihn beides, zu arm, und zu reich. Zu arm — denn er ist nicht vorher geübt, die gesammte Anschauung des Originals so zu zerlegen, sie so von ihrem Reizen zu entblößen, daß bloße Contouren übrig bleiben. Zu reich, — denn der Umriss besteht aus Linien; Linien aber enthalten immer zahllose Punkte, und geben noch eine unendlich große, statt einer einfachen Zusammenfassung. Auch bleibt immer noch die Neigung, die Linien des Umrisses fortwährend zu sehen und zu zeichnen; und die daraus entstehenden Unrichtigkeiten ermüden die Geduld. Da denn Original selbst, — nicht an dem däßtügen, reizlosen, selbst noch erst werdenden Umriss, — sollte sich vor allem zeichnen, die Anschauung geübet und befehligt haben. In ihm sollte sie die wirklich einfachen Hauptbestandtheile seiner Form aufgesucht haben. Nachdem, durch Hülfe der

wirft constituirender Formen, die Endbildungsstufe sich der Lage des Ganzen völlig beschränkt; von sollte noch in dem Ganzen jedes kleineren Ganzen, — und in diesen kleineren, die, wieder in jedem derselben enthaltenen, noch viele weitere Ganzen, auf ähnliche Weise nur noch das große Ganze, von der Endbildungsstufe hergeleitet werden. Dann war es Zeit zur Wiederentdeckung des unerschöpflichen, aus den Elementen aufgebautes die Algebr, und den Algebr die Gruppen hervorgehen, — Erst ganz leicht war es an dem Vordrife, ohne der Reihe, zu beweisen, die Endbildungsstufe habe sich schon gelöst, die das Ganze her mit sich zu ziehen.

Welches sind denn die, in dem Original aufzufindenden, einfachen Hauptbestandtheile seiner Form? Das wird bei Betrachtung ihrer unendlichen Anzahl, entfallen. Angen wir von vorn an! Einfache Punkte, — angedeutet durch die einfachen Buchstaben a, b, c, d, e , — sind, nicht, werden für die Form, noch für das Maaf. Paarweise verbunden, — wie ab, ac, ad, ae , — haben sie die bestimmte Differenz, eine Länge, eine gerade Linie zwischen sich. Diese ist zwar etwas für das Maaf, — denn sie hat eine gewisse Anzahl von Stellen, Zahlen, a, b, c , — aber die Form aller Linien

Einem ist die gleiche, sie seyen lang oder kurz, — oder vielmehr, auch hier ist noch keine Form. Eine solche giebt zuerst, und also am einfachsten, die Verbindung dreier Punkte. Werden derselben vier, oder mehrere zusammengesetzt: so sind die vorigen Verbindungen zu dreien, darin enthalten, und können daher als die Grundbestandtheile aller zusammengesetzten Formen angesehen werden.

Wie aber dasjenige, was dem Maas, und der Größe nach verschieden ist, noch keine Form giebt: so besinne man sich gleich hier, das hier wiederum durch die Gestalt keine Größe bestimmt wird; denn eine Gestalt bleibt dieselbe, sie setze sich vergrößert oder verkleinert. Ein gutes Portrait hat mit seinem Original die Gestalt gemein, wenn es auch ein Miniatur-Gemälde ist. Diese Unterscheidung ist für die Folge wichtig. —

Man würde demnach, um z. B. die Anschauung eines Gemäldes zur Reife zu bringen, zuerst aus dem Hauptumrisse drei einfache, möge leicht entfernte, an den Enden der Haut hervorragende Punkte, a, b, c, dann mit ab anstatt a einen vierten, d, sodann o c d, und darauf b c d, (um alle dreifache Verbindungen der ersten 4 Punkte zu erschöpfen,) zusammennehmen; damit die gegenseitige Lage der jedesmal verbundenen

3. Punkte, aufs genaueste bemerkt werde. Man würde ferner einen 5ten Punkt, und später einen 6ten hinzufügen, und von den dadurch mit den ersten 4 Punkten, entstehenden Verbindungen wenigstens einige, wenn auch der Kürze wegen nicht alle, besonders auffassen: — man würde dann wohl kaum noch einen siebenten und achten Punkt nöthig haben, sondern hierin überhaupt nur so weit fortgehn, als hinreichend wäre, um die Lage des gesammten Hauptumrisses völlig in der Einbildungsraft zu befestigen; wozu denn für den einen mehr, für den andern weniger geboten wird. — Weiter würde man zu den Umrissen der Theile des Ganzen, übergehn, und mit ihnen, wie mit dem Hauptumriß, verfahren. Bis in die Theile der Theile, würde man, noch Entfalten, dasselbe Geschäft mehr oder weniger weit fortsetzen. Um die kleinern Umrisse dann mit den sie umfassenden größern, und alle Nebenumrisse mit dem Hauptumriß zu verbinden: dürfte man nur die Punkte der einen mit denen der andern auf eine ähnliche Weise zu Dreiecken zusammennehmen. — Dabei würde die combinatorische Tafel dienen, um alle Verwirrung zu vermeiden; durch sie würde man unter den vielen Möglichkeiten, die hier zur Wahl vorliegen, stets orientirt seyn. Mit Hülfe der nämlichen Tafel ginge man auch zu viersachen, fünf-

sachen, — mehrfachen Verbindungen fort, und suchte so allmählig das Auge von den Vereinzeltungen zur gleichförmigen Anschauung des Ganzen wieder zurückzuführen.

So würde man verfahren können, wenn man voraussetzen dürfte, das Auge besäße die Fertigkeit, alle Dreiecke, das heißt, alle einfachen Grundgestalten, genau aufzufassen, und sie von einander mit Sicherheit zu unterscheiden. Denn freylich, ohne eine solche vorgedübte Fertigkeit könnte es nicht fehlen, daß die vielen hieher entstehenden Dreiecke unter einander in eine neue Verwirrung geriethen. Ohne eine schon gewonnene Leichtigkeit in der Unterscheidung triangulärer Formen, würde das Auge nur sehen und Ängstlich werden, durch so viele Zergliederungen eines einfachen Subjekts. Und wären die vorkommenden Dreiecke nicht auch, zugleich mit dem Ansbauen, schon unter Begriffen gedacht; so könnte der Lehrer mit dem Schöling über das Augebbaute nicht reden und gequ. werden; wie genau der Schöling die Dreiecke gesehen oder nicht gesehen habe, das entzäde sich der Sprache, und wäre keiner Nachfrage zugänglich.

Je nem Verfahren muß also eine Reihe von Vorübungen vorausgeschickt werden, welche zugleich die Anschauungen und die Begriffe aller triangulären Formen ge.läufig macht. — Dies

ist, wenn der Ausdruck hier erlaubt ist, die Deduction des ABC der Anschauung. Man muß sie ganz und im Zusammenhange verstehen, um in die Meinung der gegenwärtigen Schrift einzugehen zu können.

II.

Ueber die mathematische Bestimmung der Elementar-Formen.

Bedürfte der so eben geführte Beweis, daß die wahren Elemente aller Form, die Dreiecke sind, noch einer Bestätigung: so würde für ihn die Mathematik durch ihr, von jeher beobachtetes Verfahren zeugen; denn sie sucht sich aller Formen stets durch die darin vorhandenen, oder darin möglichen, Dreiecke, zu bemächtigen.

Diese Triangel pflegt sie durch wirkliche, zwischen den Endpunkten gezogene, gerade Linien, zu versinnlichen. Es ist zwar klar, daß durch die Linien, nur die Entfernungen der Endpunkte ausgedrückt werden; daß eigentlich die gegenseitige Lage der Endpunkte das Dreieck ausmacht; daß ein, einigermaßen gründter Blick, jene Versinnlichung entbehren kann, und daß man daher ein Gemälde, oder auch nur einen Umriß, den das Auge fassen soll, sehr mit Unrecht durch
wirkl.

wirkliches Hingeichnen der dabey zu betrachtenden Dreyecke, entstellen würde. Dagegen aber bedarf es der Versinnlichung desto mehr bey den Vorübungen; hier müssen die Linien, welche dem Triangel einschließen, aufs deutlichste ins Auge fallen. —

Über nicht nur mit einem, oder einigen, — sondern mit allen möglichen Dreyecken, soll durch unsre Vorübungen die Einbildungskraft vertraut werden; einen alten Bekannten soll sie wieder erblicken in jeder Lage dreyer Punkte, die nur immer dem Auge vorkommen mag. Ist diese Forderung nicht noch immer unendlich groß? In der Weite des Raums, kann man da nicht mit gränzenloser Willkühr dreu Punkte so mannigfaltig verschieden umherstreuen, daß der, welcher alle mögliche Lagen derselben zu kennen vorgäbe, sogleich beschämt stehn müßte? —

Wer hier im Ernste an die unendliche Weite des Raums appelliren würde: der müßte vergessen haben, daß die Größe zur Gestalt nichts thut; — und durch diese Bemerkung schwindet denn schon die geglaubte Mannigfaltigkeit der möglichen triangulären Formen gar sehr zusammen.

Die letztern lassen sich im Kleinen so gut wie im Großen darstellen. Sey Eine Seite eines Dreyecks etwa ein Fuß: so braucht sich diese bey

der Veränderung der Gestalt, nicht mit zu sehr ändern; im Gegentheil, wachse sie in gleichem Verhältniß mit den übrigen Seiten fort: so beschneide man zwar andre und andre Ecken, aber gar keine neue Form. Gerade damit, und in so fern die Form sich umbildet, muß Eine Seite sich gleich bleiben, während die andern zu oder abnehmen. Alle Dreiecke, welche nur Vergrößerungen oder Verkleinerungen von einander waren, sind hier ausgeschlossen; sie sind für die Form nur ein einziges. Dagegen muß die Einbildungskraft geübt werden, dies einzige in jeder Größe für das gleiche zu erkennen.

Dennoch bleibt die Menae unendlicher dreieckiger Formen unendlich. Aber nur in so fern, daß sich zwischen zwei, einander schon nahe kommende, immer unendlich viele unendlich nahe in die Mitte legen lassen, die von einer zur andern einen stetigen Uebergang ausmachen. Die unendlich nahen unterscheidet dann freylich das Auge nicht, — und eben darum ist es möglich, für die Anschauung eine gewisse, nicht übermäßige große, Anzahl von Musterdreiecken aufzustellen, unter denen sich immer ein paar andieszen werden, um jedem, irgend vorkommenden Triangel, seinen nah begränzten Platz in ihrer Mitte anzuweisen. —

In der Geometrie werden allenthalben Dreiecke mit einander verglichen, in wie fern sie durch einige ihrer Winkel und Seiten auf gleiche Weise bestimmt, und folglich gleich sind. Ist nun dadurch angedeutet, daß sie in der Form, oder in der Größe, oder in beidem, übereinkommen; so bekümmert man sich nicht weiter um die Frage: welche Form sie haben, und vermuthet jener Bestimmungen haben müssen? Das sieht zwar das Auge in der Zeichnung; aber es merkt nicht, weil es nicht aufmerksam gemacht wird. Auch gehört die wirkliche, wissenschaftliche Angabe der Form eines Dreiecks, nicht für die Geometrie, sondern erst für die spätere Trigonometrie. Nur daß auch diese zwar dem Verstande allgemeine Regeln darüber, aber der Einbildungskraft keine Bilder dazu giebt. So ist also die Versinnlichung trigonometrischer Lehren, unsern Vorübungen überlassen. Dadurch ist der Ort in der Mathematik näher bestimmt, wo die Bildungsmittel für die Anschauung liegen; auch das Verhältniß, worin die Vorübungen zu der Wissenschaft stehn. —

Das Dreieck überhaupt, war die Grundform für die Anschauung; das rechtwinklige Dreieck inobesondre, verschafft der Trigonometrie die Grundbegriffe zur Bestimmung aller übrigen Dreiecke. Den Gang müssen auch

C 2

die

die Vorübungen achten, um der Wissenschaft zu folgen, so fern sie können.

So fern sie können! Aber die eigentliche Grundlage der Trigonometrie ist die höhere Analysis. — Wir müssen unsre Grundlage aus der Erfahrung entlehnen; müssen durch empirisches Messen gewisse Verhältnisse — bloß finden, deren Nothwendigkeit die Wissenschaft beweist; — müssen auf unvollkommene Inductionen hin gewisse Sätze glauben, deren Allgemeinheit die Theorie bewährt. —

Die Strenge der Beweise ist nicht für kleine Tugenden; — desto mehr ist für sie die mannigfaltige Versinnlichung von Zahlen, Brüchen, Rechnungen, zu denen die Dreiecke beständig veranlassen. Diese Gelegenheit, der Arithmetik mehr Deutlichkeit zu verschaffen, muß, so weit es nur möglich ist, benutzt werden.

Besonders wird auch hier der schon in der Einleitung gewünschte Vortheil erreichbar seyn, nicht nur einzelne Größen, sondern die ganze Masse der Dreiecke, als fließend, als in stetigem Uebergange begriffen, darzustellen. Sogar der Sinn der trigonometrischen Differentialformeln könnte hier im Voraus anschaulich gemacht werden. —

Es wird also Hoffnung seyn, daß durch eiser-
nerley Beschäftigung die mathematische Einbil-
dungskraft erzeugt, der Verstand veracübt, und
das Interesse für die g.esammte Wissenschaft an-
geregelt werden kann.

III.

Pädagogische Rücksichten.

Seit Pestalozzi's Experimenten darf man der
Erziehung um einen Grad leichter zutrauen, sie
werde sich kräftig genug fühlen, um begründete
Pläne nicht so gar schnell ins Reich fremmer
Wünsche zu verweisen. Namentlich die Verstan-
slichung trigonometrischer Lehren ist gegen jeden
Zweifel, den man sonst über ihre Ausführbarkeit
hätte hegen können, gesichert durch jene Vierecke,
Cirkel, und Hornblättchen, die in P. S. Schule
so trefflich wirken. Das nämliche zwanglose
Zeichnen auf Schiefertafeln, was die überflüssige
Abtätigkeit der Hände dort so glücklich ablenket,
muß auch der Trigonometrie die frühesten Dienste
leisten. Unentbehrlich sind besonders die Horn-
blättchen; diese müssen die ersten rechtwinkli-
chen Triangeln aufnehmen, und den Knaben zum
Nachzeichnen derselben fast einzig anführen.
Kinder, die, wie Pestalozzi's Kinder, den Cirkel

Bel aus freyer Hand zu zeichnen wissen, diese sind völlig vorbereitet, den trigonometrischen Unterricht der Hornblättchen zu empfangen, und mit hinreichender Genauigkeit dessen Gebote zu erfüllen.

Will man indessen alle Vortheile benutzen, welche die Erziehung durch ferne Vorbereitungen verschaffen kann: so läßt sich auch für den gegenwärtigen Zweck eine Anregung der Aufmerksamkeit schon in den frühesten Kinderjahren, denken, und — wenigstens ohne Gefahr versuchen *). Die Vorschläge dazu wären etwa diese:

Sobald

*) Schon in der ersten Aufgabe waren die Worte: läßt sich denken, durch den Druck ausgezeichnet; und überhaupt stand Alles genau wie hier. Aber es scheint, daß nicht alle Leser die Gefälligkeit gehabt haben, genau zu lesen was da stand. Folgende Stelle ist aus Nr. 32 der Göttingischen gel. Anz. von 1804: "Derer einer (es ist die Rede von Pestalozzi's Zuhörern) hat so weit verzeffen hat, zu versichern, daß, wenn nur die Aufmerksamkeit aller Schüllinge von den ersten Tagen ihres Lebens an auf glänzende Punkte gerichtet würde, damit sie die Gestalt des Dreiecks recht erkennen, auf dessen Vorstellung alle Erkenntniß in der Welt beruhe: eine Verbesserung des menschlichen Geschlechts erfolgen würde, dadurch auch die moralischen Uebel verschwinden müßten, die die

Sobald das Kind in der Wiege, Aufmerksamkeit auf äußere Gegenstände zeigt: hänge man an einem bequemen Orte der Wiege gegenüber eine dunkle Tafel auf, (nur nicht eine völlig schwarze, denn diese Farbe weidet das Auge des Kindes, — lieber eine bräunlich gesprenkelte;) unten vor der Tafel sey eine Console bevestiget, von ebenfalls dunkler Farbe. Darauf stelle man täglich — nicht etwa sehr bunte Gegenstände von vielen gleich contrastirenden Farben, — sondern Dinge von einfacher, nur heller Farbe, und von annehmlicher und leichtfaßlicher Gestalt: — täglich etwas neues, doch mit Wiederholungen des schon vorgekommenen. Ein Cy, eine Orange, — einen Strauch mit wenigen Blättern, — eine wohlgeformte Tasse, Schale, Kanne, — Gläser, Dosen, Uhren, — späterhin eine oder zwei, doch nicht aneinander gedrängte, Blumen, — endlich, wenn man will, eine Vase, eine ganze Figur. Man hüte sich vor zu großer Freugebigkeit mit Blumensträußen, vielfarbigen Bildern, u. d. gl.; das Auge soll nur mäßig

die — französische Revolution hervorgebracht haben.“ Durch welche Traditionen mag doch der Mythos von den Nägeln gegangen seyn, daß er, in der kurzen Zeit von 1802 bis 1804, von seiner ersten kindlichen Noth zu dieser prachtvollen Ausschmückung hat singen können?

mäßig gereizt, und in Dingen die es rein auffassen kann, unterrichtet werden. — Aber neben jenen Gegenständen können an der Tafel wohl noch einige gelbe Nadel Plah finden, die durch ihren metallischen Glanz das Auge besonders für sich gewinnen werden. Ihrer drei, weit aus einander eingeschlagen, sind genug; das Dreieck was sie bilden, kann man täglich verändern, — so können unsre Elementar-Formen die früheste Bekanntschaft des Kindes werden. —

Die, theils systematischen, theils ästhetischen Gesetze, welche die gesamte Erziehung beherrschen, müssen sich einigermassen auch schon zum UBS der Anschauung herablassen, um demselben seine Anordnung zu geben. — Wollte man eine Khapsodie zusammengereihter einzelner Aufgaben daraus machen, so würde es keine gesammelte Kraft, auf die man rechnen könnte, im Böding hervorbringen. Auch ziemt es sich gerade, für die, der Mathematik verwandten Beschäftigungen am ersten, systematischen Geist in dem Knaben anzuregen, ihn an consequentes und vollständig durchgeführtes Denken zu gewöhnen. Die Verhältniszahlen der rechtwinklichten Dreiecke dienen, glücklich genug, zum Princip, worauf alle folgende Rechnungen sich stützen können. Auch ist es für Knaben keine geringe geistige Eröberung, wenn sie im Stande sind, mit Hülfe je-

ner Zahlen das ganze weite Feld der möglichen dreieckigen Gestalten mit gewissenem, gleichförmigem Schritt, ganz und gar zu durchwandern.

Das AMC der Anschauung ist zwar nur der Prolog zur Mathematik, — und sie ist es eigentlich, die, durch Leitung, Spannung, Bewegung, Befriedigung, des speculativen Interesse, in Form eines Kunstwerks erscheinen sollte. Aber dazu hat schon der kleine Prolog das seinige vorzurufen. Er für sich sey klar, sinnlich, rund; aber vor allen Dingen zeige er von dem Kleinen auf das Große, — mache allenthalben die Nähe der großen Wissenschaft fühlbar, spende manchmal eine kleine Gabe in ihrem Namen, lasse durch ihre unsichtbare Hand hier und da einen Knoten lösen, einen Fehler berichtigen, — aber auch durch ihre Unwissenheit Fehler aus Licht treten, welche alsdann die Zeichnungen, die Instrumente, die unvollkommenen Rechnungen bezeichnen müssen. Mißverstand und Unschlüssigkeit dürfen vollends gar nicht hoffen, ungeahndet durchzuschleichen.

Ein Haupterforderniß eines guten pädagogischen Plans besteht darin: daß er geschmeidig genug sey, um sich den verschiedenen Fähigkeiten anzupassen. Wo mehrere zugleich unterrichtet werden sollen, da vorzüglich bedarf es der Kunst, den schnelleren Schritten freye Bewegung zu verschaffen;

schaffen; ohne sie von der allgemeinen Straße, auf welcher die Menge fortgeht, zu entfernen, oder sie gar einen Vorsprung gewinnen zu lassen, durch den die Gesellschaft getrennt würde. Das gemeine Verfahren, nach den Mittelmäßigen das Maas zu nehmen, und daherein Alle zu zwängen, ist offenbar nachtheilig für die Meisten, und für die Besten; dies Maas ist zugleich zu groß und zu klein. — zu klein gerade für die, deren Bildung sich am meisten belohnen würde. — Um jene Geschmeidigkeit des Plans zu erhalten; muß das, was zur Hauptidee desselben wesentlich und nothwendig gehört, genau geschieden werden von den, bloß nützlichen, Erweiterungen; solcher Erweiterungen aber muß man genau in Bereitschaft haben, — man muß mit Leichtigkeit in sie abzuweichen wissen, — und sie müssen, als für die Jüngern bestimmt, zu etwas höheren wissenschaftlichen Stufen hinaufleiten. — Der Versuch, diesen allerdings schwierigen, Forderungen, zu entsprechen, ist in der folgenden Darstellung des ABC der Anschauung, durch die Episoden gemacht, die sich an mehreren Orten einschleichen finden. Es ist nicht nöthig, sie ganz durchzugehen; man gebrauche sie nach Umständen. Man kann auch die erste Episode theilen, um, was dort vom Cirkel und der Ellipse gesagt ist, etwa nach der fünften Abtheilung einzuschleichen.

den. — Freulich wird es einiger Kunst bedürfen, wenn man beim Unterricht von Kindern, einige vorwärts führen will, ohne dadurch die Andern in den Wiederholungen und Uebungen des vorher gelernten zu stören, — selbst ohne sie davon aus der Acht zu lassen. Aber diese Schrift zählt überhaupt auf pädagogische Kunst und Gewandtheit; sie möchte eben zur Vervollkommenung und Verfeinerung dieser Kunst, eine kleine Veranlassung liefern. Keinesweges hofft sie, an dem Verdienst der Pestalozzischen Bemühungen Theil zu nehmen, wodurch selbst der Haufe der schlechtesten Schulmeister fähig werden soll, zum Organ eines eben so leichten, als genau abgewogenen Unterrichts, zu dienen.

Zweiter Abschnitt.

Darstellung des ABE der Anschauung.

Die Ueberlegung der Gründe und Rücksichten, ist in der Einleitung und im ersten Abschnitt deshalb so lang gewesen, damit der darauf beruhende Vorschlag selbst, desto kürzer seyn könne. Die Theorie muß allemal dem Versuch und der Erfahrung etwas übrig lassen, zu ändern, zu füllen, und anzufügen. Und wenn auch in der Ausübung der Erfolg den Erwartungen gar nicht entspräche: so könnten dennoch die Gründe ihren Werth behalten, nur daß man noch vorsichtiger aus ihnen folgern müßte; dahingegen ein großer Plan mit Recht verlacht wird, wenn er an kleinen Schwierigkeiten scheitert. So viel Bestimmtheit wird indessen der vorzulegende Plan nicht hoffenlich haben, als nöthig ist, damit unter der Aufsicht gebildeter Männer, Versuche darnach gemacht werden können.

I.

Erste Anfänge.

Schon das fünf- oder sechsjährige Kind kann sich üben, mit dem Griffel auf der Schiefertafel
gera

gerade Linien zu ziehen, und sie auf verschiedene Weise zusammenzufügen. Dabei sollte man sich ganz und gar des Pictorialistischen Maners zu bemächtigen. — Vor allem darf die ermüdende W.-schaffnung, eine Linie nach der andern hinzuziehen, nicht die einzige Unterhaltung. — es muß vielmehr bloß Nebenfache seyn, während man das Kind durch Vorsprechen unterrichtet, und es nachsprechen läßt. Mund und Hände müssen zugleich in Bewegung gesetzt werden, und indem das Auge sich seiner Linien bemächtigen soll, muß auch die Einbildungskraft und das Ohr gebüht werden, nicht gar zu interessanten Eindrücken nachzugeben. Es giebt ja, leider, der mechanisch zu lernenden Dinge so viele; häuße man diese zusammen, damit sie dem hungern der Seele durch ihre Menge ersetzen, was ihnen an Inhalt aback!

Das Linienzeichnen muß auf die Art, Wochenlang täglich geübt werden. Um es zu erleichtern, und damit man gar nicht nöthig habe, dabei mündlich nachzuhelfen; (welches je-n an dem Unterricht stören würde), riße man die horizontal- und Perpendicular- und schrägen, rechts und links steigenden und fallenden Linien, wie sie sich entweder durchkreuzen oder parallel neben einander fortlaufen, — auf Hornblättchen ein; welches sehr leicht und genau mit der Spitz

ze eines Federmessers geschieht, das man neben einem metallnen Linial nur sanft fortführt. Der Griffel muß nun allemal wohlgeschärft seyn; und die Schiefertafel durchaus nur mit reinem Wasser gesäubert werden. Alsdann wird das Kind sehr bequem, und ohne die Hand an ein nachtheiliges Drücken zu gewöhnen, dem Muster nachzeichnen, was auf dem Hornblättchen wie eine feine weiße Linie deutlich erscheint, indem das Letztre auf der schwarzen Schiefertafel liegt. Eben so bequem, und genau, und sanft, wird dies Blättchen, auf die gezogene Linie gedeckt, dem Kinde anzeigen, wo und wie weit es gefehlt hat. — Natürlich braucht das Kind mehrere dergleichen Hornblättchen nach einander; auf dem ersten sey nur eine einzige Linie gezogen, die aber in allerley Lagen auf der Tafel gezeigt, gehörig benannt, und nachgezeichnet wird; dann geht man ganz allmählig zu verwickelteren Zusammensetzungen und Durchkreuzungen mehrerer Linien fort. Weiterhin läßt man Cirkel zeichnen; die Anfangs nicht zu klein seyn dürfen; der Durchmesser habe wenigstens 2 Zoll. In der Folge können sie größer, und kleiner werden.

Diese Uebungen werden, stets dem übrigen Unterricht bengenemisch, vielleicht Jahre hindurch von Zeit zu Zeit erneuert werden müssen, ehe sie

ganz

ganz gelingen. Erst wenn sie zur Fertigkeit gediehen sind, kann man mit völliger Sicherheit der Sache näher treten.

II.

Erste Bestimmungen von Maasß und Gestalt.

Damit das gebräuchliche Maasß dem Auge bekannt werde, und ihm beständig vor schwende: grabe man in den hölzernen Rahmen der Schiefertafel die Länge eines Fußes. Der Fuß sey durch einen größern Strich in Hälften, durch kleinere in Viertel, durch noch kleinere in 12 Zolle getheilt. — Das Kind übe sich, einen, zwey, drey Zolle, genau nachzuzeichnen, oder vielmehr auf gezogenen geraden Linien abzuthellen; es nehme zur Probe wieder ein Hornblättchen, worauf ein paar Zolle bezeichnet sind. Ueberhaupt wird der Gebrauch der Hornblättchen mit den erforderlichen eingezeichneten Figuren, in der Folge allenthalben vorausgesetzt.

Wenn ein Gegenstand verkleinert oder vergrößert wird, so daß die Gestalt gleich bleibt: so läßt sich das Maasß als verhältnißmäßig mit verkleinert und vergrößert betrachten; dann bleiben alle Zahlen, welche angeben, wie vielmal das

E 4

Maasß

Maß oder dessen kleinere Eintheilungen in dem Gegenstande enthalten seyen, ganz unverändert. Um die Kinder an diese, für die Folge notwendige Vorstellungsart zu gewöhnen, lasse man sie den Fuß mit seiner Eintheilung, mannigfaltig verkleinert nachzeichnen. Bald nach Willkür; — bald bestimme man auch, das Ganze solle nur halb so groß werden, oder ein Drittel, zwey Drittel des wahren Fußmaßes betragen, u. s. w.

Die Gestalt eines Dinges wird theils durch die Proportionen der an ihm vorkommenden Längen, theils durch die Beugungen und Winkel bestimmt; — nicht erst durch beides zusammen genommen, sondern jede dieser Bestimmungen reicht für sich hin, die Gestalt vorzusetzen, an der sich dann auch die andre Bestimmung von selbst und nothwendig vorfinden wird *).

Dars.

2*) Diese Stelle ist in einer sehr schätzbaren Recension als ein Uebersetzungsfehler getadelt; und freylich darf man nur eine Seite eines Polygons sich selbst parallel verschieben, so scheint es, als ob die Winkel die nämlichen blieben, während doch die Proportionen der Seiten sich verändern. Allein das AGE der Anschauung kennt kein Polygon nach mathematischem Sprachgebrauch; ihm ist jede Distanz eine Linie; folglich jede Figur, schon durch die bloßen Distanzen ihrer Winkelpuncte, auf alle möglich-

Darum folgt vieles für das ATG der Anschauung. Es muß auf denderley Weise die Gestalt fixiren lehren; es muß auch zeigen, wie aus einer Bestimmung sich die andre ergiebt. Das letzte wird; das Hauptgeschäft aller folgenden Sätze seyn. Als jetzt kommt es zuerst darauf an, die ursprüngliche Auffassung der Gestalt zum deutlichen Bewußtseyn zu erheben. — Die Proportionen der Längen, sind Begriffe, und manchmal so schwierige Begriffe, die ohne die Wissenschaft gar nicht verstanden werden können; aber die Winkel sind Anschauungen; durch sie wird unmittelbar die Gestalt wahrgenommen; — sie müssen nur sehr genau unterschieden werden, wenn sie dieselbe mit Sicherheit bestimmen sollen. Darum ist das Unterscheiden der Winkel die nächste Übung, welche hier folgt.

Das Kind zeichne einen Cirkel. Durch dessen Centrum ziehe es eine Horizontallinie, und eine Perpendicularlinie; so ist der Cirkel in Viertel, oder in Quadranten, getheilt. Wieder andere Linien, durch den Mittelpunkt gezogen, müssen jeden Quadranten in Drittel zerschneiden; also den Cirkel in Zwölftel. Endlich lasse man

von

malische Weise in Dreiecke zerlegt. Hierauf beruht der Sinn dieser Schrift und der geometrischen Stelle.

von jenen Dritteln noch Drittel, oder Neuntel des Quadranten, durch kleine Striche auf dem Umkreise bemerken. Sagt man nun dem Kinde, daß die kleinsten so entstandenen Theile des Umkreises, gewöhnlich noch in zehnmal kleinere Theile getheilt werden, die man Grade nennt: so wird es am Quadranten die Grade zu zehn zählen können; 10, 20, 30, . . . bis 90.

Aus der so entstandenen Figur müssen nun andre einfachere abgezeichnet werden. Zuerst die Horizontal- und Perpendicularlinien; aber nur bis an den Punct wo sie rechtwinklig zusammenstoßen. Dann nehme man etwa den Winkel von 60° , und lasse ihn einzeln noch einmal nachbilden; — den Winkel von 40° , von 30° , u. s. f. Die Schenkel müssen bald größer, bald kleiner, auch unter einander von ungleicher Länge gezeichnet werden, damit es sich zeige, daß nur das Zusammenstoßen der Linien, den Winkel ausmacht.

Um den Irrthum zu vermeiden, als hätten die Grade eine bestimmte Größe: kann man größere und kleinere Cirkel auf die vorhin angedachte Weise eintheilen, und aus ihnen die nämlichen Winkel nachzeichnen lassen, wodurch es sichtbar werden wird, daß der Winkel von einer bestimmten Anzahl Grade, immer derselbe ist, er mag

aus

aus dem größern oder kleinern Cirkel genommen seyn.

Ferner, wenn das Kind eine Menge Cirkel, größere und kleinere, so verschieden als möglich, neben einander auf der Tafel gezeichnet hat: so wische man von einem die Hälfte, von einem andern ein Viertel, von einem dritten $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ u. s. w. weg; und lasse das Kind in Graden angeben, wie groß der noch übrige Bogen, — also dann auch, wie groß das weggewischte sey. Darauf lasse man es den Mittelpunkt wieder suchen, und endlich jeden Cirkel wieder herstellen. Späterhin kann man Bogen von verschiedenen Cirkeln an einander sehen lassen, damit das Kind, die mannichfaltigen, daraus entspringenden Figuren kennen lerne.

III.

Rechtwinkliche und gleichschenklige Drepecke.

Vom Winkel sollte die Bestimmung der Gestalt ausgehn; er also wird sich gleichförmig verändern, und uns, dadurch eine Reihe von rechtwinklichten Musterdrepecken angeben.

Die Trigonometrie läßt uns hier die Wahl, ob wir den Winkel durch Sinus, oder durch Tangenten schließen wollen. Aber die Sinus vers-

den durch den Radius, also das kleinere wird durch das größere gemessen; da doch das Auge natürlich das kleine auf das Große überträgt, um dies durch $\sin$ zu messen. Ferner, die durch Sinus und Cosinus gebildeten rechtwinklichten Dreiecke liegen alle in einem Circle eingeschlossen; wie groß müßte dieser Circle seyn, wenn die Dreiecke sich sinnlich klar darstellen sollten. In der Zeichnung würden die Linien einander hant durchkreuzen. Für die Rechnung würde man kleine, dem Auge nicht sichtbare, Bruchtheile ablesen müssen.

Die Anschaulichkeit ist hier das höchste Gesetz; darum haben die Tangenten und Secanten den Vorrang. Die unter 45° sind dabei nicht nöthig. Nennt man in jedem rechtwinklichten Dreieck die kleinste Seite den Radius, die mittlere die Tangente, so fangen die Winkel von 45° Grad an, zu wachsen. Diese Benennungen verfehlen zwar ein wenig den mathematischen Sprachgebrauch; indeß das Kind bedarf vester und leicht anzuwendender Ausdrücke; es würde in Verwirrung gerathen, wenn bald der Radius, bald die Tangente größer wäre; — und die Mathematik wird in der Folge bei dem weiler fortgeschrittenen Knaben, durch so viel Neues, was sie ihm lehrt, eine so kleine Verwirrung, leicht nach ihrer Sitte verblühen.

3) Stren Hornblättchen, worauf die Zeichnungen, die durch fig. 1, und fig. 2, dargestellt sind, mit völliger Genauigkeit eingeätzt werden müssen; diese sind hier, und für alles folgende, die uns entbehrenden Geräthschaften. Figur 2 enthält bloß ein Längenmaaß, ein Quadratmaaß, und einen Winkelmesser; fig. 1. aber zeigt die rechten wincklichten Musterdreiecke, die dem Auge, so wie ihre Verhältniszahlen dem Verstande, auf vollkommenste eingeprägt werden müssen *).

An Figur 1. benenne man dem Ansehen zuerszt die unterste kleine Horizontallinie *ac* als den Radius, — welches Wort allemal die Entfernung des Mittelpuncts vom Umkreise eines Kreises bedeutet; — ferner die Perpendicularlinie, welche den Kreis unten in *a* berührt, als die Tangente; und jede von den, aus dem Mittelpuncte auslaufenden schrägen Linien, als eine Secante. Man bemerke dann die Punkte, wo die Perpendicularlinie von den verschiedenen Secanten getroffen wird; die Länge von einem dieser Punkte bis zu dem untersten Ende der Perpendicularis

*) Vortheilhaft wird man diese beiden Figuren, in verschiedenen Vergrößerungen, auf noch mehrern Hornblättchen eintrichen lassen; und dadurch die so wichtigen Uebungen im Vergrößern und Verkleinern, erleichtern.

pendicularlinie, welches den Cirkel berührt, ist eigentlich die, der abschneidenden Secante jedesmal zugehörige Tangente. Beyde aber, sowohl die Secante als die Tangente, hängen ihrer Größe nach ab von der Größe des Winkels, den die Secante mit dem horizontal liegenden Radius bildet. Der kleinste von diesen Winkeln, der in der Zeichnung vorkommt, ist die Hälfte des rechten Winkels, er beträgt also 45° . Nimmt man die nächstfolgende Secante mit dem Radius zusammen: so ist nun der Winkel um 5 Grad größer, macht also 50° . Die dritte Secante schließt mit dem nämlichen Radius einen Winkel von 55° ein; und so wachsen die Winkel jedesmal um 5 Grad, bis zu 90° . Die Punkte a, c, und z, schließen das erste Dreieck ein, acz ist das zweyte Dreieck, ac3 das dritte, ac4 das vierte, und so fort bis ac8, nach welchem noch ac9 folgen sollte, wenn nicht, wie man in der Figur sieht, die neunte Secante gar zu sehr verlängert werden müßte, um die Tangente abzuschneiden; so daß sie auf einem Hornblättchen nicht Raum hat. Nach der neunten Secante folgt, indem der Winkel unten, noch einmal wie bisher um 5 Grad fortrückt, das Perpendicular eb, welches also die Secante des Winkels von 90° liefern müßte. Aber wann wird dieses die Tangente durchschneiden? Es läuft ihr parallel, nähert sich ihr

Ihr' also nie; erreicht sie noch viel weniger. Die Tangente und Secante von 90° laufen daher beide ins Unendliche fort, und bilden kein Dreieck. Wäre aber der Winkel nur ein wenig kleiner als 90° , so würden sich die beiden Linien einander nähern, also auch irgend einmal erreichen, und das Dreieck schließen. — Zwischen 1 und 2 sieht man den Unterschied der ersten, und der zweiten Tangente; denn wenn man a_1 , die erste, von a_2 , der zweiten, abzieht, so bleibt offenbar 1 2 übrig. So auch zwischen 3 und 4 liegt der Unterschied der zweiten und dritten Tangente, zwischen 3 und 4, der Unterschied der dritten und vierten; u. s. w. Diese Unterschiede sind sich niemals gleich, obgleich sie das durch erzeugt werden, daß der Winkel in c sich immer mit gleichen Unterschieden weiter öffnet. Man sieht, — je größer der Winkel schon ist, ehe er fortschreitet, desto mehr wachsen Tangente und Secante, wenn er auch nur noch um ein wenig zunimmt. Denke man sich, daß der Winkel nicht auf einmal um 5° , sondern nur ganz langsam, ganz allmählig, wie ein Zeiger an der Uhr, und doch auch, eben wie dieser, nicht einmal geschwinder ein andermal langsamer, sondern mit völlig gleichförmiger Bewegung, vorrückte: dann müßten durch jede kleinste Verschiebung unfehlbar auch die Tangente und Secante

der einen kleinen Zusatz bestimmen; daher, wie klein auch diese kleinen Zusätze wären, dennoch würde immer der nächstfolgende größer seyn müssen, als der vorhergehende. Oder, Tangente und Secante wachsen immer geschwinder, wenn der Winkel gleichförmig wächst.

Diese Betrachtungen setze man den Kindern ausdrücklich ganz klar aus einander. Dann lasse man sie das erste, das zweite, das dritte Dreieck jedes einzeln, und alle drei neben einander zeichnen; damit sie sich an die genaue Unterscheidung derselben gewöhnen. Weiter das zweite, dritte, und vierte neben einander, dann das dritte, vierte und fünfte neben einander, u. s. w. Es versteht sich, daß man nicht zu den folgenden dreien übergeht, ehe die vorigen drei wohlachtet sind. Sobald während dieser drei Malen einmal ein Dreieck vollkommen gelingt; nehme das Kind das Hornblättchen fig. 2; welsches mit dem fig. 1. genau nach demselben Maasse stark gezeichnet seyn muß; — und messe mit der constantentheile getheilten Linie, ab, die Tangente und Secante des eingezeichneten Dreiecks. Der Radius in fig. 1. ist nämlich vollkommen gleich mit einem von den 5 Theilen der Linie ab; und ein solcher Theil heißt hier ein Maß. Der Maßstab in fig. 2. muß nun so angelegt werden, daß er, vermittelt der in 10

Theile

Kleinere Theile getheilten Linie beut an.) Wie viele Ganze und Zehntel die Tangente und Secante enthalten (Für das Ganze wird man am besten den an jedem Orte gebräuchlichen Zoll nehmen, und darnach die Größe der Sianten auf dem Horublättchen einrichten lassen). Die gesuchten Zahlen schreibe das Kind an; und zwar so: Hinter der Anzahl der Ganzen mache es ein Comma, und dahinter setze es die Anzahl der Zehntel. Z. B. ein Ganzes und zwanzig Zehntel wird so geschrieben: 1, 2.

Das Kind muß sich nun so lange im Zeichnen der Dreiecke üben, bis es jedes wenigstens einmal vollkommen recht gemacht, und daran die Zahlen für die Tangenten und Secanten entdeckt hat. Auf diese Weise wird es endlich folgende Tafel zu Stande bringen.

Für 45°	ist die Tangente	1;	die Secante	über 1,4
— 50°	— —	fast 1,2	— —	1,5
— 55°	— —	über 1,4	— —	1,7
— 60°	— —	über 1,7	— —	genau 2,
— 65°	— —	2,1	— —	über 2,3
— 70°	— —	2,7	— —	2,9
— 75°	— —	3,7	— —	3,9
— 80°	— —	5,6	— —	5,7
— 85°	— —	11,4	— —	11,4
— 90°	— —	unendlich;	— —	unendlich.

Für

Für 85° muß freulich der Lehrer die Zahlen sagen, da sie sich auf den kleinen Figuren nicht messen lassen.

Haben sich die, so mühsam gefundenen Zahlen, dem Gedächtniß nicht von selbst eingeprägt: so müssen sie vollends auswendig gelernt werden. Und damit das Auge sich gewöhne, die Dreiecke in allen Lagen zu erkennen, — auch um mehr Abwechslung zu geben, — lege man beim Zeichnen das Hornblättchen nicht immer gerade, sondern drehe es bald so bald anders, und lasse dies oder jenes Dreieck in der schiefen Lage vorbilden, wofin es sich jetzt zeigt. —

Nur noch ein paar Nachträge, — und die doppelte Bestimmung der triarculären Mustern, sowohl durch die Winkel, als durch die Proportionen der Längen, wird sich vollendet zeigen.

Jedes der Dreiecke war durch den einzigen Winkel am Mittelpuncte des Circels, — oder, wenn kein Circel gezeichnet ist, durch den, der Tangente gegenüberstehenden Winkel, — völlig bestimmt, und von den übrigen unterschieden. Aber außer diesem, und dem, ihnen allen gemeinschaftlichen rechten Winkel, findet sich zwischen der Tangente und Secante noch ein dritter Winkel. Er findet sich von selbst; man sieht bald, daß man ihn nicht größer noch kleiner machen kann,

Kann, ohne den am Mittelpunct mit zu verändern; ist also der letztere bestimmt, so ist es auch jener. Man sieht ferner, daß, wie der eine wächst, der andre kleiner wird. Wie groß wird der kleinere jedesmal seyn? Um das zu finden, giebt es hier kein anderes Mittel, als Messen. Dazu dient der eingetheilte Quadrant in Fig. 2. Die Messung wird zeigen: daß im ersten Dreyeck der Winkel bey 1, 45° , im zweyten bey 2, 40° , im 3ten bey 3, 35° beträgt, u. s. w.; — mit einem Worte, man wird den Satz finden: daß beyde spitze Winkel im rechtwinklichten Dreyeck, zusammen allemal 90° ausmachen. Diesen Satz, den die Geometrie beweist, muß das Gedächtniß aufbewahren. — Da also der eine der beyden Winkel sich immer aus dem andern ergibt, so bald man nur den zuerst bestimmten von 90 Grad abzieht; so hängt die Gestalt des rechtwinklichten Dreyecks von jedem unter ihnen einzeln, nicht erst von beyden zusammen genommen ab. Sich hievon durch den Flugschein zu überzeugen, zeichne man nur zuerst die Tangente und Secante unter einem beliebigen Winkel, z. B. dem von 35° , an einander; füge hierauf den Radius rechtwinklicht an die Tangente, so wird zwischen Radius und Secante von selbst der Winkel von 55° entstehen, und das Dreyeck gerade dieselbe Gestalt zeigen, als ob man zuerst Radius

und

und Secante unter 55° zusammengelegt, und
 wiederum d. a. Winkel durch die Tangente rechtwink-
 lich geschlossen hätte. —
 Nachdem man auf solche Weise dem Kinde
 deutlich gemacht, wie die Gestalt sich nach jedem
 der Winkel richtet, muß man ihm noch zeigen,
 daß die vorher gefundenen Zahlen, das heißt, die
 Proportionen der Längen, ebenfalls die Gestalt
 des Dreiecks, das jeder Winkel desselben, bestimmt.
 Zugleich muß man ihm zeigen, wie man in der That
 aus Verhältnissen. Zuoberst zeichne sich das
 Kind seinen Maßstab, nämlich die Linie ab in
 Fig. 22 nach Belieben vergrößert. Von dem s
 entstehenden willkürlichen Maße, nehme es,
 nach Anleitung jener Zahlen, für jedes Dreieck
 die gehörige Menge vom Ganzen und Zehnteln
 zu der Tangente und Secante; wobei es sich ge-
 wöhnlich finden wird, diese beiden Linien genau
 unter dem nämlichen Winkel, wie bey dem ersten
 Maße, zusammenzusetzen, wenn der Radius,
 als ein Ganzes, das Dreieck schließen soll, ohne
 zu groß oder zu klein zu werden. Dergleichen
 Zeichnungen müssen nach mehreren, abgeänderten
 willkürlichen Maßen, so viele gemacht werden:
 bis es dem Kinde völlig deutlich ist, daß das
 Maß nur die Größe, jene Verhältniszahlen
 aber die Gestalt, und folglich auch die Winkel
 des Dreiecks bestimmen. — Kleine Verschie-
 denheit

benheiten in der Gestalt, werden dennoch, alles Fleißes ungeachtet, zwischen den ursprünglichen und den vergrößerten Dreyecken zuweilen merklich werden. Dabey hat man Gelegenheit, zu erinnern, daß die Zahlen in der Tafel fast überall kleine Reste unbestimmt lassen, die zwar allemal weniger als ein Zehntel betragen, und deshalb von keinem großen, doch von einigem Einfluß auf die Gestalt sind. Wird eine dieser Seiten noch einmal, wie zum erstenmal, durch Messen gesucht, und wird dabey auf den Rest, den die Linien noch über die schon bekannte Anzahl der Zehntel haben, genau geachtet, — wird derselbe als ein halbes, als ein Viertel eines Zehntels, möglichst bestimmt geschätzt; so kann darnach die Zeichnung nach dem vergrößerten Maaße berichtigt, und der Form, die das Hornblättchen anzeigt, näher gebracht werden. So entsteht ein Bedürfniß nach einer genauern Angabe jener Zahlen, welches in der Folge einigermaßen befriedigt werden wird.

Hier sind auch arithmetische Uebungen einzuflechten. Das neue, willkührliche Maaß, werde mit dem alten, oder mit dem wirklichen Zollmaasse gemessen; jenes betrage von diesem etwa 1, 2. Das heißt: die Linie, die man nach dem neuen Maaße Eins, oder ein Ganzes nennt, enthalte den Zoll, der nach gemeinem Maaße Einer oder

(5)

ein

ein Ganzes heißt, einmal in sich, und darüber noch zwey Zehntel des nämlichen Zolls. Nun ist in allen jenen Dreyecken der Radius immer Eins; aber das Eins kann größer oder kleiner seyn, und darnach werden auch die Dreyecke größer und kleiner, wie die Uebungen im Vergrößen der Dreyecke gezeigt haben. Soll also ein Dreyeck nach dem eben angenommenen neuen Maße gezeichnet werden, so beträgt der Radius das Eins, oder das Ganze dieses Maßes, oder einen und zwey Zehntel Zoll. — Wie groß werden nun die Tangente und Secante, z. B. von 60° seyn? Die Zahl für diese Secante ist 2; das heißt, sie enthält den Radius grade zweymal; 1,2 aber nicht, zweymal genommen, 2,4. — Die Zahl für die Tangente von 60° ist 1,7; das heißt, diese Tangente enthält einmal den Radius ganz, und drüber noch 7 Zehntel desselben. 1,2 muß also so 1,7 mal genommen werden. Die Rechnung, deren Bedeutung leicht errathen wird, wenn sie auch nicht schon bekannt ist, sieht so:

$$\begin{array}{r}
 1,2 \\
 1,7 \\
 \hline
 1,2 \\
 84 \\
 \hline
 2,04
 \end{array}$$

Nämlich 84 Hundertel hat sieben Zehntel von 1,2; diese addirt zu einmal 1,2; geben 2,04, d. h. 2 Ganze, kein Zehntel, und 4 Hundertel.

Man könnte jetzt den Umfang des Kreisseh, oder die Anzahl der Zelle finden, welche alle diese Seiten zusammen genommen betragen. Man dürfte nur Radius, Tangente und Secante abzu-
diren.

$$\begin{array}{r}
 1,2 \\
 2,04 \\
 \hline
 2,4 \\
 \hline
 3,64 \text{ oder } 3 \frac{1}{4} \text{ Zoll.}
 \end{array}$$

Für das rechtwinkliche Maas haben sich Tangente und Secante von 65° so:

Die Tangente:

$$\begin{array}{r}
 1,2 \\
 \hline
 2,1 \\
 \hline
 2,4 \\
 \hline
 1,2 \\
 \hline
 2,52
 \end{array}$$

Die Secante:

$$\begin{array}{r}
 1,2 \\
 \hline
 2,1 \\
 \hline
 2,4 \\
 \hline
 36 \\
 \hline
 2,76
 \end{array}$$

Der Umfang des rechtwinklichten Dreiecks mit dem Winkel von 65° bey dem angenommenen Radius:

$$\begin{array}{r}
 1,2 \\
 2,52 \\
 \hline
 2,76 \\
 \hline
 6,12 \text{ oder } 6 \frac{1}{4} \text{ Zoll.}
 \end{array}$$

Esler kann sich viele Redensarten noch nicht. Aber sie sollen hier auch nur erst gleichsam entworfen werden. Wie die Kenntniß wächst, kann auch die Redensart erweitert werden.

Es liegt aber viel an der hier angelegtesten frühen Fertigkeit mit Lauteinheiten, deren Gebrauch in alle Schulen eingeführt werden sollte. Es ist der Natur der Sache nach nicht möglich, mit geringen Lauten so besser als mit vielen zu verfahren. Nach pflegen sie von allem, was irgend möglichkeitsweise Redensart heißen mag, zusammenzuheften. Das Aufsteigende kann auch auf sie übertragen werden. —

Man lasse nun vollständige Tergeste auf, nur sie sich haben wollen; an Tischen, Stühlen, Wänden, Häusern, Thüren; und sie haben sich an jeder ersten verständigen Gestalt, so bald man nur sie selbst verstanden hat. Man lasse auch dem Begreiften folgen, nämlich welche Thier von Thierarten zu L. fallen. Daher kann es das Wort mannigfaltig werden, und bei Erklärung durch viele Thiere ist zur Erkenntniß der nächsten. Ein Thier wähle das ganze Thier als bestimmend, aber mit dieser Bestimmung muß der andere Thier, wählen auch beide Thiertheile geben, sowohl für die Langen als für die kurzen Überlieferungen.

Demer laße man die kleinste Zeile nach ger
 meinem Maß: oder Loß-Maße schätzen, und dann
 aus, mit Hilfe der vorher gegebenen Rechnung,
 die übrigen Zeilen, und den Umfang suchen.
 Die Wahrheit der Rechnung wird sichtbar wer
 den, wenn man dies auf Gegenstände anwendet,
 von denen wirliche Messung unbekannt fern wäre
 re, wie den hohen Thürmen, Häusern, u. s. w.
 Es braucht nur einige pädagogische Gewandtheit
 und Capacität, um schon hier ein angenehmes
 Geschmecke zu wecken, über die Nacht, wenn die
 Zahlen in die Hände greifen, und aus das nahe
 bringen, was unserer Auffassung sich zu entziehen
 scheint. — Weiß man den bisherigen Übungen
 eine lebendige Thätigkeit zu gewinnen, so wer
 den diese Ursache die Kinder zu die schönsten
 ihrer Kenntnisse anstoßen machen; und dann
 kann ihnen das folgende, — kann ihnen spätere
 die Wissenschaft, leicht helfen, diese Gründe
 zu durchdringen. —

Die von unähnlichen Dingen schneide
 den sich sehr leicht in Wasserformen für die gleiche
 schenlichtem.

Man laße von den bisher durchgegangenen
 Zeilen je zwei gleiche an einander gründen;
 zwei mit den Langen an einander. Es geht
 die beiden Seiten in eine fortlaufende Linie zu
 sammen. — die Grundlinie; — und die drei

den Secanten geben die gleichen Schenkel des neuen Dreiecks; dessen Höhe durch die vormalige Tangente angezeigt wird. Man weiß hier sogleich die Grundlinie, die Schenkel, und die Höhe, in Ganzen und Zehnteln; man weiß auch alle Winkel. Die beyden an der Grundlinie sind gleich; der an der Spitze ist das doppelte vom dem kleinsten Winkel des rechtwinklichten Dreiecks, woraus das gleichschenklichte gebildet ist. Diese Dinge: kann man das Kind selbst finden lassen, indem man es durch Fragen leitet. — Der rechtwinklichten Mästerdreiecke sind 9, (das für 89° mitgerechnet,) also bekommt man auf die angegebne Weise auch 9 gleichschenklichte. Dazu kommen noch 8 neue, wenn man jene rechtwinklichten Dreiecke nun auch, je zwey gleiche, mit den Mästern an einander legt. Die Grundlinie entsteht dann aus den beyden Tangenten. Der Winkel an der Spitze wird stumpf. Alle Zahlen für Winkel und Seiten sind sogleich bekannt. In allem sind der gleichschenklichten Mästerdreiecke 17; von denen die größten beyden auf einer Schiefertafel nicht leicht Platz finden. Die übrigen müssen in verschiedenen Lagen öfters gezeichnet werden; auch kann man ihren Umfang auf eine Weise die sich aus dem vorbergehenden von selbst findet, für mehreren veränderten Maaß berechnen; und sie selbst an
 bere

verschiedenen vorkommenden Gegenständen aufzuweisen lassen.

IV.

Episoden. — Flächeninhalt der Rechtecke. — Der Viereck. — Die Ellipse.

Ne zwei gleiche rechtwinkliche Messerdreiecke, mit den Ecken aneinander, das eine umgekehrt gelegt, so daß die Tangente der Tangente, der Radius dem Radius gegenüber stehe: werden Rechtecke bilden, die jetzt ihrem Quadratinhalt nach sehr leicht zu bestimmen sind, und die, eben weil sie aus Dreiecken abgeleitet sind, die Ausmessung der Dreiecke, und den Einfluß der Form derselben auf ihren Inhalt, am besten offenbar machen werden.

Sind die Dreiecke auf der Schiefertafel zu Rechtecken aneinander gezeichnet: so lasse man das Quadratmaß 64 zum Messen brauchen. Um die Figur nicht zu verwirren, lässe nicht so weit verlängert wie 64 , daher ist darauf nur ein einziger Quadratfuß angegeben. Aber schon das Längenmaß ab kann auch selbst dem Kinde deutlich genug zeigen, wie viele ganze Quadrate gosse in dem vorliegenden Rechteck Platz haben; der in Hundertel getheilte Quadratfuß dient

G 4

dann,

dann, um den Rest auszumessen, den das Rechteck noch über die Ganzen enthält.

Das erste Rechteck sey das, was aus dem ersten Dreieck entspringt, das zweyte aus dem zweyten, das dritte aus dem dritten u. s. f. So ist das erste Rechteck ein Quadrat, denn die Tangenten von 45° sind den Radien gleich, und daher bekommt das Viereck lauter gleiche Seiten. Das zweyte Rechteck faßt jenes Quadrat, oder einen ganzen Quadratfuß, in sich; und drüber noch bey nahe zwey längliche Streifen des Quadratmaßes, wovon jeder Streifen 10 Hundertel ausmacht. Bey nahe zwey, — denn die Tangente von 50° ist ein Ganzes und bey nahe zwen Zehntel. Das durch sie bestimmte Rechteck hat demnach einen Quadratinhalt von Einem Ganzen und bey nahe 20 Hundertein. Man sieht hier sogleich, wie die Zahlen für die Rechtecke von denen für die Tangenten abhängen. Beim nächstfolgenden dritten Rechteck bekommt man über 1 und $\frac{4}{5}$, denn die Tangente von 55° ist über 1.4. Die Zahl der Ganzen ist dieselbe, die Zahl der Zehntel bey der Tangente wird zehnmal so groß (aus 2 wird 20; aus 4, 40; aus 7, 70); was herauskommt, sind aber nicht Zehntel sondern Hundertel. So sind die Zahlen für diese Rechtecke sehr leicht auswendig zu lernen. Man spreche aber nicht etwa der Kürze wegen: 4 Zehntel,
 Statt

statt 40 Hunderteln. Dadurch würde man den Begriff der Eintheilung des Quadratmaaßes verwirren. Dieses wird nicht in Zehntel, sondern in Hundertel getheilt. In die letztern muß es gerade darum zerfallen, weil jede seiner Seiten, als Längenmaaß betrachtet, in Zehntel getheilt war.

Die Rechtecke wachsen sehr ungleichförmig, mit immer größern Unterschieden. Man mache darauf aufmerksam, daß auch dieses noch von dem gleichförmigen Fortschritt der Winkel in den Dreiecken herrührt. Sollten die Rechtecke, sollten also zuvor die Tangenten gleichmäßig fortschreiten, welchen Gang müßten dann die Winkel gehn? Offenbar mit immer kleineren, — und zuletzt, wenn das Rechteck sehr lang würde, mit fast unmerklich kleinen Schritten.

Jedes Rechteck ist das doppelte des Dreiecks woraus es entstand. Folglich ist das Dreieck die Hälfte des Rechtecks. So ist also auch der Quadratinhalt der Musterdreiecke gefunden; man darf nur die Zahlen für die Rechtecke halb nehmen. Also das erste Dreieck ist $\frac{1}{2}$, oder fünfzig Hundertel; das zweite ist die Hälfte von beynähe $1\frac{3}{100}$ oder es ist beynähe $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{100}$, oder 50 und 10, d. i. 60 Hundertel. Das dritte ist über $1\frac{7}{100}$; u. s. w.

Alle diese Zahlen gelten auch den vergrößerten Maaße; nur kommt es darauf an, die Vergrößerung des Quadratmaaßes zuvor genau zu betrachten. Ein Quadrat muß 4 gleiche Seiten haben; sie sind also alle 4 bestimmt, wenn eine festgesetzt ist. Aber eine Seite desjenigen Quadrats, was zum Maaße für alle Flächen gebraucht wird, ist eben so groß wie die Linie, die man Eins, oder ein Ganzes beim Längenmaaß nennt: wie fig. 2 zeigt. Wird dieses Eins des Längenmaaßes vergrößert, so muß auch das Quadrat, was für das Flächenmaaß Eins ist, sich darnach richten. Wie denn richtet es sich darnach? — Gesezt, die Länge bc würde doppelt so groß, es würde daraus bd , — würde nun auch das Quadrat davon nur doppelt so groß werden? Ohne Zweifel haben auf der Linie bd zwei Quadrate neben einander Platz, jedes so groß wie bce . Also wenn man die Grundlinie bc verdoppelt, die Höhe bf aber unverändert läßt, so verdoppelt sich auch die durch beyde bestimmte Fläche. Dieser Satz ist richtig und sehr brauchbar. Nur hier kann er nicht zur Anwendung kommen; denn offenbar ist nicht geschehn was geschehn sollte. Das Quadrat sollte vergrößert werden, also anstatt eines kleinern sollte ein größeres Quadrat entstehen; durch jene Verdoppelung aber entsteht gar kein Quadrat, sondern ein Rechteck, dessen

dessen eine Seite doppelt so lang ist wie die andere, die Gestalt ist also ganz veränderet. Die Seiten mußten gleich bleiben; also mit der einen mußte sich auch die andere verdoppeln. Wenn nun bc noch einmal so lang wird: so verdoppelt sich dadurch auch das vorher entstandne Rechteck; dieses aber war schon die Verdoppelung des Quadrats: folglich wird das letzte zweymal verdoppelt werden, oder in dem vergrößerten Quadrat viermal enthalten seyn. — Gesezt ferner, die Länge bc würde dreyimal so groß: so würde schon dadurch, ehe man die Höhe veränderte, auch das Quadrat dreifach genommen. Aber das schon verdreifachte Quadrat würde zum zweytenmale verdreifacht, indem nun auch die Höhe, weil die Seiten gleich bleiben müssen, dreyimal so groß würde. Dren Quadrate drey mal genommen, giebt neun Quadrate. Das Quadrat wird also 9 mal so groß, indem die Grundlinie dreyimal so groß wird. — Nähme man bc fünfmal, so müßte man auch bf fünfmal nehmen; dadurch würde das Quadrat zweymal mit 5 multiplicirt, oder es würde fünfmal fünfmal, das ist, 25 mal genommen. — Und wie vielmal man bc nimmt, so vielmal muß man, damit die Seiten gleich bleiben, auch bf nehmen; und dadurch wird immer das Quadrat zweymal mit der nämlichen Zahl vervielfältigt, womit die

Seite

Seite desselben nur einmal multiplicirt wurde. Das gilt auch dann, wenn man mit Brüchen multiplicirt. Sen es $\frac{1}{2}$; nicht nur $b c$ soll man halb nehmen, — dadurch würde auch das Quadrat halbiert, und es käme ein Stück wie $b q f n$ heraus; — sondern auch $b f$ muß zu seiner Hälfte $b p$ herabsinken; so bleibt von der Hälfte des Quadrats nur die Hälfte, oder das Quadrat ist zweymal halb genommen, oder zweymal mit $\frac{1}{2}$ multiplicirt; und da die Hälfte der Hälfte ein Viertel ist, so wird aus dem Ganzen dessen vierter Theil $b q p o$. — Oder man multiplicire mit $1,2$; indem also das Längenmaß einmal und noch zwey Zehntel desselben genommen werden, fügen sich auch dem Quadrat, schon ehe die Höhe sich ändert, noch zwey Zehntel desselben bey; diese Zehntel sind aber Streifen deren jeder 10 Hundertel enthält, sie machen also zusammen 20, und, rechnet man das Quadrat selbst dazu, 120 Hundertel. Nun muß auch die Höhe mit $1,2$ vervielfältigt werden. Das giebt für das Quadrat 1 mal 120 Hundertel, und noch 2 Zehntel von 120 Hunderteln dazu. Der zehnte Theil von 120 ist 12, dies zweymal genommen giebt 24, folglich kommen in allem 144 Hundertel, oder 17 $\frac{2}{3}$. Das hätte man kurz so rechnen sollen.

$$\begin{array}{r}
 1,2 \\
 1,2 \\
 \hline
 1,2 \\
 24 \\
 \hline
 1,44
 \end{array}$$

Man soll nämlich das Quadrat 1,2 mal 1,2 mal nehmen, man suche also erst 1,2 mal 1,2; das ist es, was die eben gezeigte Rechnung suchte; und nur kann man das Quadrat, anstatt zweymal mit 1,2; nur einmal mit 1,44 multipliciren, wodurch die beyden geforderten Multiplicationen eben so auf einmal geschehn, wie wenn man, statt 2 mal mit 3, nur einmal mit 9 multiplicirt.

Noch umständlicher, durch noch mehrere Beispiele wie hier, muß dieses den Kindern erst völlig deutlich gemacht werden. Dann lasse man ein vergrößertes Quadratmaaß auf die Schiefertafel zeichnen; und Triangeln, deren Radius der Seite dieses Quadrats gleich ist, zu Rechtecken aneinander setzen. Einige Abtheilungslinien in diesen Rechtecken gezogen, werden es sinnlich machen: daß die vergrößerten Rechtecke, — und folglich auch Dreyecke, — eben so viel vom vergrößerten Maaß enthalten, wie die vorigen nach gemeinen Maaß gezeichneten, von diesem enthielten. Oder, es wird klar seyn, daß die vorhin

gefun-

gefundenen Zahlen für die Rechtecke, den jedem Maaße gelten. Folglich, daß man immer nur das Maaß mit der gehörigen Zahl zu multipliciren hat, um den Inhalt zu finden; wobei nur nicht Quadratmaaß mit Längenmaaß zu verwechseln, sondern, wenn etwa das letztere, oder die Seite des Quadratmaaßes gegeben, daraus das Quadratmaaß selbst erst zu suchen ist.

Die hier gewählte Behandlung der Flächenmessung, welche das Maaß von der Zahl sorgfältiger sondert als die gewöhnliche Multiplication der Grundlinie mit der Höhe, hat den für ein VEC der Anschauung wichtigen Vortheil, daß die Sinder gewöhnt werden, auch den Gläsern, Größe und Gestalt in Gedanken zu trennen, die vorliegenden Zeichnungen sich als bloße Sinnbilder größerer oder kleinerer Gegenstände vorzustellen; die Form als eine Abänderung anderer Formen zu denken; und die Zahlen, welche die verschiedenen Formen zu unterscheiden dienen, als bloße Verhältnißbegriffe zu erkennen. Vep der Ausmessung wirklicher Gegenstände aber, wenn es nicht darauf ankommt, den Kopf zu bilden, sondern das Geachte baldigst zu erfahren, ist die Multiplication der Grundlinie mit der Höhe viel kürzer, als wenn man zuerst die bloße Form durch Vergleichung der Winkel an den Diagonalen, dann die Vergrößerung des Maaßes

sed durch Schätzung der kleinsten Seite suchen
 wollte. So ache der Lehrer des VVC der Aus-
 schauung bey Ausmessung von Feldern, Aemlern,
 Häusern ic. zu Werke; er kann nicht verweilend
 genau sorgen, daß das Angesehante sich völig
 in Begriffe verwandle; aber zur Erleichterung
 künftiger, im Leben etwa nothwendiger Arbeiten,
 kann er hinterher zeigen: daß der Höhe zwey
 Zahlen zugehören, durch deren eine sie als Tan-
 gente des Winkels an der Diagonale bestimmt
 wird, deren andre sie, wegen der Vergrößerung
 des Quadratmaßes, mit der Grundlinie gemein
 hat: daß bey der hier gewählten Betrachtungs-
 art diese zwey Zahlen getrennt werden, weil nur
 die erste von der Form, die zweyte aber von der
 Größe abhängt; daß hingegen zur Bestimmung
 des Inhalts, die Trennung nicht dient, weil hiers
 in beyde wieder zusammenfallen; daß man folgs-
 lich die Höhe nur hätte nach gemeinem Maas,
 wie die Grundlinie, durch eine einzige Zahl aus-
 geben dürfen, welche jene beyden enthalten ha-
 ben würde; und daß zu ihr noch die Zahl für
 die Grundlinie durch Multiplication hinzukom-
 men müsse, um den Inhalt nach gemeinen Maas-
 se zu ergeben.

Kleine, doch merckliche Unrichtigkeiten, bey
 den Versuchen wirklicher Flächenmessung, wer-
 den hier nochmals, und auffallender als vorher.

Daran

daran erinnern, daß die Zahlen für die Tangenten nicht genau, sondern nur bis auf Zehntel bekannt sind. Es schadet nicht, wenn die Anfänger darüber ungeduldig werden. Diese Ungeduld ist absichtlich erregte Wißbegierde. Man erwarte sie, daß sie ihre Zahlen durch Messen selbst gefunden haben, man heiße sie genauer messen, wenn sie können, — und verspreche ihnen für die Zukunft die Hilfe der Wissenschaft, die hierin jeden Wunsch zu befriedigen Macht hat.

So auch, wenn sehr ungleiche Vierecke vorkommen, wo die Unterschiede der in der Tafel angegebenen Tangenten so groß werden, daß die dortigen Zahlen nichts genaues bestimmen: heiße man sie Tangenten für weniger als um 5° verschiedene Winkel; eben so durch Messen suchen, wie sie die ersten gefunden haben. Wird dafür die Schiefertafel zu klein: so lassen sich im Kreise auf ebenem Boden Linien zeichnen, oder durch Stäbe und Schnüre andeuten, und nach Fuß und deren Zehnteln, ja, wenn man will, deren Hunderteln angeben; wobei es denn freilich darauf ankommt, wie groß und wie genau man vorher den Winkelmesser auf dem Boden hingzeichnet, wie richtig man das Perpendikel auf den Radius gesetzt hat.

Folgendes ist eine Zugabe zu jener Tangententafel:

Die

Die Tangente von 78° ist 4,7 die Secante 4,8

- - - 83° - 5,1 - - - 5,2

- - - 88° - 28,6 - - - 28,6

Das bisherige läßt sich leicht erweitern auf Rhomboiden, (schiefe Vierecke,) und alle Arten von Dreyecken, selblich auf die ganze Flächenmessung überhaupt.

Zuerst kann man wieder die rechtwinklichten Musterdreyecke, ihrer zwey gleiche, mit den Tangenten oder Radien, aber umgekehrt, an einanderlegen lassen; so daß sie Rhomboiden bilden. Offenbar sind diese den Rechtecken, oder den gleichschenkllichten Triangeln, dem Inhalte nach gleich, welche aus Zusammensetzung der nämlichen rechtwinklichten Dreyecke entsiehn. — Weiter schneide man bey Rechtecken aller Art, ein willkührliches triangelförmiges Stück an einer Seite ab, — nur muß der Schnitt gerade seyn, und durch eine Spitze des Rechtecks gehn, — so kann man dasselbe an der andern Seite wieder ansetzen; daraus entsiehn schiefe Vierecke, die man durch ähnliches Abschneiden und Ansetzen in noch schiefere verwandeln wird; so daß auf diese Art die ganze Mannigfaltigkeit aller möglichen Rhomboiden durchlaufen werden könnte. Dabey wird der Fläche der ursprünglichen Rechtecke nichts gegeben noch genommen; nur die Lage der Theile wird geändert. Es ist also leicht,

Q

den

den Satz deutlich zu machen, daß jedes Parallelogramm sich in ein Rechteck verwandeln läßt, welches, bey gleicher Grundlinie und Höhe, (denn auch diese werden sich durch jenes Abschneiden nicht ändern) den gleichen Inhalt behält; oder, daß der Inhalt dieses Rechtecks den Inhalt jenes Parallelogramms angiebt. Dreiecke, als Hälften der Parallelogrammen, sind also auch Hälften der zugehörigen Rechtecke, und lassen sich als solche berechnen. — Alle Figuren lassen sich endlich in Dreiecke zerfallen, deren Summe dem Inhalt der Figur gleich seyn wird. Es ist nicht nöthig, darüber weitläufig zu werden, da wir hier auf dem Wege der Geometrie selbst uns befinden. —

Zu diese Episode kann auch, für die fähigsten Köpfe, eine vorläufige Bestimmung des Circels, mit aufgenommen werden. Zuerst leite man auf die Bemerkung daß der Circel sich in seinen kleinsten Theilen nicht merklich krümmt, daß ein kleiner Bogen seiner Tangente beynahе gleich sey. (Hiebey wird das Wort, Tangente in seine gewöhnliche mathematische Bedeutung ganz zurücktreten). Dann lasse man, allenfalls mit Hülfe von Lineal und Winkelmesser, eine Linie von 10 Zoll, und daran einen Winkel von 10° , und am andern Ende der Linie ein Perpendikel zeichnen. Das letzte, durch beyde Schenkel des Winkels abge-

abgeschnitten, wird die Tangente von 10° , also nur sehr wenig mehr als der Cirkelbogen von 10° für den Radius von 10 Zollen, seyn. Von dergleichen Bögen gehören zum ganzen Umfange 36; die Tangente von 10° aber mit dem Hornblättchen gemessen, wird 1 Zoll, und 7 und etwa $\frac{1}{4}$ Zehntel, lang gefunden werden; man multiplizire also 1,75 mit 36.

$$\begin{array}{r}
 1,75 \\
 36 \\
 \hline
 10,50 \\
 52,5 \\
 \hline
 63,00
 \end{array}$$

Ungefähr 63 Zoll wäre also der Umfang für einen Radius von 10 Zoll. Oder, den Cirkel zehnmal kleiner gedacht, für den Radius von 1 Zoll kömmt der Umfang 6,3 Zoll. Aber man vergleicht gewöhnlich den Radius mit dem halben, oder den Durchmesser mit dem ganzen Umfang. Die Hälfte von 6,3 ist 3,15; welche Zahl ein wenig zu groß seyn wird, da man die Tangente statt des Bogens zur Rechnung nahm. Wirklich sollte sie seyn 3,14 und etwas weniges darüber.

Von hieraus braucht man wieder den Vortrag der Geometrie nur sogleich einzufleiden, um ganz auf ihrem Wege vom Umfang zum Inhalte überzugehen. —

Pestalezzi hat in das ABC der Anschauung auch die Ellipse (er nennt sie, etwas unrichtig, das Oval,) aufgenommen. Sie verdient dies theils, weil sie die jungen Zeichner an eine veränderliche Krümmung gewöhnt, theils, weil sie so häufig gebraucht wird, wenn Cirkel, die das Auge nicht gerade ansieht, gezeichnet werden sollen. Sie wird dann meistens verzeichnet; und daher ist es gut, ihren Zus durch eine Regel zu sichern, wenn gleich aus den analytischen Untersuchungen dieser Linie, sich hier nichts weiter als eben diese Regel entnehmen läßt.

Man zeichne einen Cirkel, und in ihm einen horizontalen, und einen perpendicularen Durchmesser. Dem letztern zieht man einige Linien genau parallel durch den Cirkel. Was von diesen Linien, an jeder Seite des horizontalen Durchmessers, zwischen ihm und den Umfang fällt: das theile man in die Hälfte, oder man schneide das von $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, — oder irgend einen andern beliebigen Bruch ab; nur nehme man bey jeder Linie den gleichen Bruch. Durch die Punkte, womit man den Bruch angedeutet hat, zieht man die Linie; sie wird eine regelmäßige Ellipse seyn. Ihre Form ist durch den gewählten Bruch bestimmt, und kann sich mit ihm verändern. — Erst
nach

nach solchen Vorübungen darf die Ellipse aus freyer Hand gezeichnet werden.

V.

Uebersicht aller triangulären Formen.

Die Vorbereitungen sind nun gemacht, um bald der Einbildungskraft und dem Verstande die ganze Mannigfaltigkeit der dreyeckigen Grundgestalten vorzuführen. Die ersten mechanischen Beschäftigungen mit Linien und Circeln mischten sich früh unter die ersten Anfänge alles Unterrichtes; und schienen nur der Hand ein Spielwerk zu erlauben. Ernsthafter wurde die Sache, da Längen und Winkel genau gemessen und unterschieden zu werden verlangten. Die rechtwinklichten Dreiecke machten schon eine wissenschaftliche Nothwendigkeit — zwar nicht einsehen, aber fühlen und finden, indem sie an Winkeln und Seiten ein System von gegenseitigem Bestimmen und Bestimmtworden, entdeckten. Dieser wichtige Fortschritt des Verstandes, der eine ganz gesammelte Besonnenheit erforderte, belohnte sich durch eine Menge von Betrachtungen über vorkommende Gegenstände, denen man mit Freyheit mehr oder weniger weit nachgehn

konnte. Zu dieser Freiheit gebe der Lehrer Ruhe; — nachdem er von der Episode, so viel ihn gut dünkt, für die fähigern mitgenommen hat, mache er eine Pause von ein paar Wochen, und lasse in die, dem ATE der Anschauung gewidmeten Stunden, irgend einen andern Unterricht eintreten. Es ist gut, wenn die Erinnerung eine kurze Zeit lang schläft, damit sie mit gleichförmiger Lebhaftigkeit wieder erwache; damit der Unterschied zwischen dem früher und später gelernten, verschwinde; und alles gehörig in einander bringe.

Wenn er nun den Faden wieder aufnimmt: so gebe er zuerst eine Uebersicht des bisher geübten. Alsdann lasse er den Schüler mit sich überlegen: ob es wohl die Absicht dieses Unterrichts seyn könne, bloß rechtwinklichte Formen zu bestimmen? Gesetzt auch, man wolle, um größern Schwierigkeiten auszuweichen, sich nur mit den einfachsten Formen beschäftigen, welche in einem durch drey Linien eingeschlossenen Raume bestehen: so seyen doch diese drey Linien nicht allemal zu rechtwinklichten, sondern zu gar mannigfaltigen Dreiecken zusammengefügt. Jene Tangente, welche bey allmählicher Eröffnung des gegenüberstehenden Winkels, in immer verändernden Verhältnissen länger und länger abgeschnitten wurde; würde auch dann noch auf mannigfaltige

Bei-

Weise abgeschnitten werden, wenn man sie nach einer oder der andern Seite mehr oder minder hinüber neigen wollte. Für jeden Neigungswinkel, den man ihr gäbe, würde eine ganze Reihe von Musterdreiecken, eben wie jene rechtwinklichten, möglich seyn. So zeige sich ein Meer von möglichen Dreiecken, — deren jedes man in der Wirklichkeit anzutreffen erwarten könnte. Indem sich eine Thür öffne, verändere sich die Lage ihrer Grundlinie gegen jeden Punct im Zimmer, in jedem Augenblicke. So auch wenn ein Mensch, grade oder schräg, vor zwey Bäumen vorübergehe. U. s. w.

Es werden sich hier interessantere Beispiele auffinden lassen, die man nicht verschmähen muß. Indessen liegt die Hauptsache darin, daß man schon hier eine Art von speculativem Interesse anrege, welches durch kleine Nebeninteressen zwar gewürzt, — aber weder ersetzt werden kann, noch überwogen werden darf.

Es fragt sich nun, wie man die Mannigfaltigkeit der Dreiecke, die sich nach allen Seiten hin erstreckt, — durchschreiten wolle? Die Bemerkung: daß man in jedem Dreieck aus einer Spitze auf die gegenüberstehende Seite ein Perpendikel fallen könne, wodurch das Dreieck in zwey rechtwinklichte zerfalle; — bietet ein leichtes Mittel dar, sich hier zu orientiren. Man

wird rückwärts jedes Dreieck ansehen können, als wäre es zusammengesetzt aus zwey rechtwinklichten, — und nun wird es so viel mögliche Dreiecke, als mögliche paarweise Verbindungen von rechtwinklichten, geben. Um also aus der ganzen Menge eine hinreichende Anzahl von Musterformen, zwischen welchen die übrigen liegen müssen, herauszuheben: werden wir unsre rechtwinklichten Musterdreiecke, so vielmal paarweise verbinden als es sich thun läßt. Und die bey ihnen gemachten Messungen und Rechnungen, werden die Grundlage, abgeben zur Berechnung aller Verhältnisse, welche die Form der übrigen Dreiecke zu bestimmen nöthig sind. Die Aussicht ist also offen; es braucht nur Fleiß und Geduld, den Weg selbst zu durchlaufen. —

Das Perpendikel, wodurch ein Dreieck in zwey rechtwinklichte zerfällt, theilt den Winkel an der Spitze in zwey Theile. Jeder Theil bestimmt das, an seiner Seite liegende, rechtwinklichte Dreieck, der Form nach völlig. So verschieden also der Winkel an der Spitze aus seinen zwey Theilen zusammengesetzt seyn kann: eben so verschieden sind die Verbindungen der rechtwinklichten Dreiecke.

Man ziehe quer über die Schiefertafel eine Horizontallinie. Darauf setze man, in der Mitte, ein Perpendikel, nicht gar zu groß. Eben
an

an dem Perpendikel denke man sich zu beyden Seiten Winkel, die sich allmählig eröffnen, bis jeder Winkel 90° wird, da denn beyde äußern Schenkel mit jener Horizontallinie parallel, und als eine einzige Linie fortlaufen werden. Wie sie dies thun: schließen sie mit der Horizontallinie immer andre und andre Triangel ein. Alle diese Triangel würden gleichschenkligt werden, wenn die Winkel sich zu beyden Seiten immer um gleich viel öffneten. Will man aber alle mögliche Dreyecke haben: so muß für jede Größe des einen Winkels, der andre Winkel alle mögliche Größen von 0 bis 90° durchlaufen. Dann wird der Winkel an der Spitze des ganzen Dreyecks, welcher die Summe jener beyden ist, auf alle mögliche Weise aus zwey Theilen zusammengesetzt werden.

Der Winkel links am Perpendikel, habe Anfangs 5° ; und bleibe vorläufig unverändert. Der an der rechten Seite des Perpendikels habe zuerst 5° , dann 10° , dann 15° , dann 20° , u. s. w. bis 85° . Darauf bekomme jener 10° , und bleibe wieder unverändert, während dieser noch einmal von 5° anfängt, und immer um 5° wächst. Weiter steige der erstere zu 15° , und stehe so still; der letztere fange wieder von 5° an, und durchlaufe 10° , 15° , 20° , u. s. w. Ferner gebe man dem erstern 20° , und lasse den andern

§ 5

feine

seine Reihe durchgehn. Man sieht wie dies fortgeht.

So bekäme man gewiß alle mögliche Verbindungen rechtwinkliger Dreiecke. Aber es würden sich darunter auch solche finden, die sich durch nichts als durch eine umgekehrte Lage unterscheiden, z. B. gleich Anfangs, wenn der Winkel links, 10° hat, und der zur Rechten wieder 5° anfängt: dann wiederholt sich die Verbindung, die schon da war, als der Winkel zur Linken, 5° ; der zur Rechten, 10° hatte. Nur ist aus Links, Rechts geworden. Der Unterschied trägt aber zur Form nichts bey, und ist daher hier überflüssig.

Um nun die Versetzungen auszuscheiden, und die, der Form allein wichtigen Combinationen übrig zu behalten: bemerke man, daß immer eine Versetzung entstehen muß, wenn links ein größerer Winkel liegt als Rechts. Denn vorher hat schon einmal der größere Rechts gelegen, da der zur Linken nur erst so groß war wie jetzt der kleinere. Z. B. es sey Links ein Winkel von 35° , Rechts einer von 25° ; so war früher einmal der zur Linken 25° , und da unterdeß der zur Rechten seine Reihe durchlief, kam er auch an 35° , und stellte schon damals die Verbindung dar, die sich jetzt nur in umgekehrter Lage wiederholt.

Man

Man verhüte also, daß nie der größere Winkel links liege.

Das wird nie geschehn, wenn nur der Winkel zur Rechten, die Reihe, welche er zu durchlaufen hat, nicht immer von vorn anfängt; sondern allemal mit der Zahl von Graden beginnt, welche eben jetzt der zur Linken hat. Z. B. der zur Linken sey 75° ; so durchläuft der zur Rechten nur 75° , 80° , und 85° .

Jetzt besinne man sich, daß in jedem der zu beyden Seiten des Perpendikels fallenden rechtwinklichten Dreiecke, der Winkel an der Grundlinie durch den an der Spitze bestimmt ist. Wie sich der am Perpendikel aufthut, muß der an der Grundlinie kleiner werden. Wächst der eine um 5° , so verliert der andre eben so viel. Der eine geht von 5° bis 85° , folglich der andre von 85° bis 5° . Dies geschieht an jeder Seite des Perpendikels. — Der Winkel an der Spitze ist immer die Summe der beyden am Perpendikel.

Diese Betrachtungen liegen der ersten, dem Buche angehängten, Tabelle zum Grunde, welche der Schüler sich nach Anleitung des Lehrers, selbst entwerfen muß. — Oben läuft eine Reihe von Zahlen von 10 bis 90; unter jeder Zahl ist ein gerade heruntergezogener Strich; derselbe stellt das Perpendikel vor, das den Winkel in der

der Spitze (die obere Zahl) eintheilt in die beyden Winkel rechts und links, welche durch kleinere Ziffern zu beyden Seiten des Strichs bemerkt sind. Dadurch werden auch die beyden Winkel an der Grundlinie bestimmt; diese sind mit großen Ziffern unter jenen angegeben. Das erste Dreyeck links, hat also in der Spitze einen Winkel von 10° , unten an der Grundlinie zwey gleiche von 85° ; jener ist durch das Perpendikel in zw. v. Stücke, jedes von 5° getheilt. So gehen durch die ganze Tafel je drey um einen Strich herum, im Dreyeck stehende große Zahlen, die drey Winkel eines Dreyecks an; und die zwischen geschriebenen kleinen Zahlen, bemerken die Theilung der obern Zahl, oder des Winkels in der Spitze. — Die oberste horizontale Reihe von Dreyecken heiße die erste, die darunter liegende horizontale Reihe heiße die zweyte, darauf folgt die dritte, vierte, u. s. w. In der ersten Reihe bleibt links der Winkel am Perpendikel immer 5 Grad, folglich der ihn zu 90° ergänzende an der Grundlinie, immer 85° ; in der zwenten Reihe wird jener 10° ; dieser also 80° ; die Reihe fängt um eine Stelle später an, weil der Winkel rechts nicht wieder 5° werden kann, welches kleiner seyn würde als 10° . Aus gleichem Grunde werden die Reihen vorn immer kürzer; man sieht, wie dies mit den obigen Forderungen

rungen zusammentrifft. — Durchläuft man die Tafel in gerader Richtung von oben nach unten: so bekommt man Columnen; von diesen heiße die vorderste links, welche nur ein Dreyeck enthält, die erste Columnne, die darauf folgende, welche zwey enthält, die zweyte, u. s. w. In jeder Columnne bleibt sich der Winkel Rechts am Perpendikel, folglich auch an der Grundlinie, gleich; eben um dieser Ordnung willen sind die Reihen vorn immer später angefangen. — Endlich kann man die Tafel noch schräg, von oben, zur Rechten, nach unten, zur Linken durchlaufen; so bleibt in jeder Diagonale der Winkel an der Spitze sich gleich. Denn dieser ist die Summe der beyden am Perpendikel, von denen immer einer eben so viel größer, als der andre kleiner, wird, indem man bey jener schrägen Richtung zugleich die Columnen nach vorne, die Reihen aber nach unten hin durchläuft.

Durch die mittelfte Diagonale wird die Tafel in zwey gleiche, aber ungleichartige Hälften getheilt. Diese Diagonale geht nämlich durch alle rechtwinklichten Dreyecke, — jene bekannten Musterdreyecke; — ihr zur Linken liegen die spitzwinklichten, zur Rechten die stumpfwinklichten Triangel. Beym ersten Anblick scheint die Mannigfaltigkeit der einen so groß wie die der andern; aber die Anzahl der spitzwinklichten
 schwin-

schwindet sehr zusammen; wie folgende Betrachtungen zeigen:

In jedem der Dreyecke ist, der Winkel an der Spitze in zwey Theile zerfällt. Über welches ist der Winkel an der Spitze? Bey recht- und stumpfwinkllichten gewiß der rechte oder stumpfe; denn man versuche von einer andern Ecke des Triangels ein Perpendikel auf die Grundlinie zu fallen, dasselbe wird außer dem Dreyecke liegen, und nur die Verlängerung der gegenüberstehenden Seite treffen können. So etwas gehört nicht hierher, weil dann nicht wirklich der Winkel an der Spitze die Summe der beyden am Perpendikel wäre. Also bey recht- oder stumpfwinkllichten Dreyecken ist hier allemal die größte Seite für die Grundlinie, und der ihr gegenüberstehende größte Winkel für den an der Spitze zu nehmen. Über bey spitzwinkllichten Dreyecken giebt es keine solche Entscheidung. Man kann sie kehren und wenden wie man will; jede Seite als Grundlinie genommen hat einen Winkel über sich schweben, von welchem herab das Perpendikel in das Dreyeck fällt. Hier ist eine dreysache Wahl; — bey gleichschenkllichten jedoch nur eine zwiefache, denn ob man den einen, oder den andern Schenkel statt der Grundlinie nimmt: das läßt sich nicht unterscheiden, weil die Schenkel selbst in nichts verschieden sind.

sind. — Da nun die Tafel alle mögliche Fälle enthält, so wiederholt sich in ihr jedes gleichschenklige Dreieck zwiefach, jedes andre dreysach, nämlich in derjenigen Hälfte welche die spitzwinklichten enthält; bey den übrigen findet keine Wiederholung statt.

Die vordere Hälfte der Tafel, zur Linken, muß also noch genauer durchsucht werden, damit man die Wiederholungen auffinde.

Sie zeigen sich leicht, wenn man nur das Vorhergehende wohl inne hat. Man sehe die oberste Reihe an; darin bleibt der Winkel von 85° immer gleich; die beyden andern laufen in entgegengesetzter, aber gleicher Folge gegen einander; der eine von 10° bis 85° , der andre von 85° bis 10° . Nothwendig muß die eine Hälfte der Reihe die andre wiederholen. — Man gehe ferner von dem vorletzten Triangel der ersten Reihe, schräg hinab neben der Diagonale der rechtwinklichten Dreiecke; man vergleiche jedes Dreieck an das man kommt, mit dem obersten derselben Columnne; auch diese werden sich wiederholen. Denn in der Diagonale bleibt, wie schon bemerkt, der Winkel an der Spitze immer gleich; dieser hat hier 85° , ist also derselbe wie der Winkel links in der ersten Reihe, der auch immer 85° bleibt. Ueberdas ist in einerley Columnne der Winkel rechts immer gleich. Sind aber

aber zwey Winkel in zwey Dreyecken gleich; so müssen es auch die dritten seyn, denn alle drey zusammen haben immer 180° ; wie man sogleich begreift, da bey der Zusammensetzung zweyer rechtwinkllicher Dreyecke zu einem neuen, das neue alle spitze Winkel von jenen beyden, folglich 2 mal 90° bekommt. (So macht man diesen geometrischen Lehrsatz, der auch vorangeschickt werden kann, leicht aus dem Vorhergehenden deutlich).

Was hier an der ersten Reihe, und der ihr zuachdrigen Diagonale gezeigt ist: das läßt sich leicht auf alles übrige erweitern.

Jede Reihe fängt vorn mit einem gleichschenkligen Dreyeck an. Zufolge der ganzen Einrichtung; denn Kleiner darf der Winkel zur Rechten nicht seyn, als der zur Linken; er fängt also da an, wo er ihm gleich ist. — Nun wächst der Winkel an der Spitze; der an der Grundlinie Rechts, nimmt ab. Indem sie so mit gleichem Schritt gegen einander laufen: kommt irgend einmal jeder von beyden dahin, wo der andre anfing. Dann ist das erste gleichschenklige Dreyeck wieder da. Hier schneide man die Reihe ab. So ist die eine Hälfte des abgeschnittenen Stücks, die Wiederholung der andern, nur in umgekehrter Ordnung. Das zeigt die Tafel selbst am deutlichsten, die man hier
immer

machen. Aber die Mühe wird durch den unschätzbaren Vortheil belohnt werden, daß die Kinder sich üben, mit stetigem Blick ein Feld von Begriffen vollständig zu durchschauen. Diese Verstandesübung, welche von combinatorischer Art ist, muß gelehrt werden, denn auch gebildete Köpfe pflegen ihrer nicht von selbst mächtig zu seyn; da hingegen die Pädagogen vieles als Verstandesübung empfehlen, was unbedeutend, und einiges, was sogar zweckwidrig ist, weil es ungelernt von statten gehn muß, wenn es nicht pedantisch werden soll. — Hält der Lehrer, daß ihm selbst, die Betrachtungen über jene Tafel nicht ganz leicht werden, so schließt er daraus nicht, "die Kinder könnten sie nicht lernen," — sondern er schließt, wie viel an seinem Jugendunterricht gefehlt haben müsse! Übung im Combiniren sollte schlechterdings ein wesentliches Stück jedes Lehrzyklus seyn. Es würde um viele Wissenschaften anders stehn, wenn ihre Grünsender und Pflüger dieselbe besessen hätten. Und viele Dinge des frühen Schulunterrichts, unter andern namentlich das Decliniren und Conjugiren, würden den Geist nicht mehr tödten, sondern heben, würden weit schneller, und leichter, und sicherer, gefaßt werden, wenn man dabei combinatorische Betrachtungen anstellte. — Ueberdies ist der Begriff eines Dreiecks, ein so äußerst

äußerst wichtiger Begriff, daß er im hohen Grade die Mühe verdient, ihn ganz, durch alle seine Modificationen zu verfolgen. — Untersucht der Lehrer gut, so ist die einzige Schwierigkeit, auf die er hiebei stoßen kann, eine zu frühe Ermüdung der Aufmerksamkeit bei den Kindern. Fehlt es ihnen aber nur nicht überhaupt daran, — ist der Lehrer nur nicht zu schwach, um ihnen den Grad von Anstrengung zuzumuthen, den sie wohl vertragen können, und diejenige Beharrlichkeit von einer oder ein paar Stunden, an die auch schon der Knabe — gegen eben so viel Erholungszeit, — gewöhnt werden muß, um irgend etwas ausführen und vollbringen zu können: — dann wird es nicht schaden, wenn auch nicht der ganze Faden jener Betrachtungen auf einmal und unabgebrochen dem Knaben entwickelt werden könnte. Man lasse die Ermüdung vergessen, — man kann ohne Nachtheil einige von den folgenden Rechnungen einmischen; — nach einigen Tagen fange man, mit etwas veränderter Darstellung, wieder an; zergliedere, erläutere, versinnliche jeden einzelnen Schluß aufs genaueste, — und erlaube weder sich noch den Kindern, die Geduld eher zu verlieren, bis die völlige Einsicht hervorspringt.

Verechnung der Seiten.

Auf dem vorher überschienen Felde muß nun das Einzelne angeschaut, und überdacht d. h. berechnet werden.

Um jede trianguläre Form gehörig zur Anschauung zu bringen, dazu dienen zwei Mittel. Erstlich: vor jeder Verechnung eines Dreiecks werde dasselbe im Kleinen auf der Schiefertafel entworfen. Zweitens, damit die Einbildungskraft nicht an kleine Zeichnungen einzig gewöhnt werde: muß man ein Instrument haben, das alle Zügel, mit denen man sich eben beschäftigt, auch sogleich im Großen darstellen könne.

Folgende Einrichtung eines solchen Instruments (das auf jeden Fall dem triquetrum der Alten ähnlich seyn wird,) ist versucht worden, und als Modell, zum bequemen Handgebrauch, gut ausgefallen:

Ein Stab von Holz, ab, fig. 4. ist durch ein Gelenk bey b, mit einem andern Stabe bc verbunden. An der andern Seite, bey n, ist auch ein Gelenk, das aber nicht unmittelbar an dem Stabe cd befestigt ist. Vielmehr ist an der innern verticalen Seite des Stabes cd, welche Seite die Figur nicht zeigt, eine Rinne in dem Stabe angebracht, die sich nach innen zu erweitert,

tert. In dieser Rinne ist ein kleiner Schieber beweglich, der auf der Figur durch eine punctirte Linie zwischen m und n angedeutet wird. Der Schieber ist durch das Gelenk bey a, mit dem Stabe ab verbunden. Daher läßt sich ab an cd verschieben, auch kann man den Winkel, den diese beyden Stäbe mit einander machen, nach Gefallen schließen, und bis 90° öffnen. ab und cb aber lasse sich bis 180° öffnen, und so weit schließen als es die Spitze d des Stabes cd, bey jeder Stellung des Instruments erlaubt. cd und be müssen wenigstens fünfmal so lang seyn als ab; besser wäre es, sie noch länger zu machen, wenn nur das Instrument dann nicht unbequemer zu handhaben würde. Die beyden Winkelmesser, welche man bey a und b sieht, würden am besten in ganz schmalen messingnen Bögen bestehen; man kann sie aber auch von Hornblättchen machen. Sie sind auf dem Stabe ab befestigt; die andern beyden Stäbe müssen sich unter ihnen drehen können. Ein dritter Winkelmesser kann bey d auf dem Stabe cd angebracht werden, er braucht nur 60° zu haben. cd und be sind abgetheilt erstlich in fünf gleiche Theile, jeden gleich der Länge ab. Ferner ist ab — was auf der Figur, um Verwirrung zu vermeiden, nicht bezeichnet worden, — in 10 Theile, und eben so ist auch jede der fünf Einheiten auf den Stäben cd

als die edgasthille. — Es gilt nämlich hier für ein
Gang, folglich sind auf dem andern Enden
Hänge und Zentimeter. Hunderte können
auch bis 1000 Zentimeter, denn das Instru-
ment nicht zu klein ist; sonst muß man sie nach
dem Nutzen der Größe, und zwar so genau
als möglich. — Je größer das Instrument ge-
macht wird, desto besser. Eigentlich sollte eine
Vorrichtung getroffen werden, daß das Instru-
ment seine Bewegungen an der Wand machen
kann. Es würden die Dreiecke, die es darstellt,
am besten ins Auge fallen. Will man es aber
neben sich auf den Tisch legen, so bekommt es
eine bequeme Größe, wenn ab 4 Zoll lang ge-
nommen wird *). Es kann von jedem guten
Tischler ohne bedeutende Kosten verfertigt wer-
den. Nur muß man alsdann die Winkelmesser
selbst auf Horn zeichnen; und besonders sie selbst
auftragen, denn dieses erfordert die äußerste
Genauigkeit, die man von einem Handwerker
erwarten kann. Liegt das Centrum der Winkel-
messer nicht vollkommen auf den Punkten a, b,
und d, — trifft ihre Grundlinie nicht scharf
zusammen mit dem Rande der Stäbe, — so ist

das

*) Zu noch mehrerer Veranschaulichung, sey das Ganze
schwarz, der innere Rand der Stäbe aber, der
eigentlich die Dreiecke zeigt, weiß oder rot ge-
färbt.

Das der folgende Vertheilung der Stellen nicht die Regel der bei vorstehend, — und gar nicht, welches sich geringere Theil ist, eine Ansicht.

Es ist auch hier zu Tage gekommen: Vertheilung nicht: welche Regeln: diese seine Theile der Regel der bei vorstehend: welche vorstehend: welche vorstehend: — Es mag hier von der Regel der Vertheilung die Regel der bei der Regel der Vertheilung nicht sein.

Wenn man hier die Regel der Vertheilung nicht, so nicht man hier auch die Regel der Vertheilung nicht: welche vorstehend: welche vorstehend: welche vorstehend: — Es mag hier von der Regel der Vertheilung die Regel der bei der Regel der Vertheilung nicht sein.

1 : 2 :: 3 : 4

Das ist die Regel der Vertheilung. Die mathematische Vertheilung nicht 4: welche vorstehend: welche vorstehend: welche vorstehend: — Es mag hier von der Regel der Vertheilung die Regel der bei der Regel der Vertheilung nicht sein.

Um stark so leichten Cynopsis wissen wird
man ihre Rechnung ansehen. Ob vielleicht
um das selbsten wissen:

$$100 : 250 = 5 : \frac{250 \cdot 5}{100}$$

Man lese dies so: 100 Rthlr. machen 10
250 Rthlr.; darum machen 5 Rthlr. jährlicher
Zinsen 250mal 5, dividirt durch 100. Es
ersieht sich daß hier vorausgesetzt wird: man
wolle wissen: wie viel Zinsen ein Capital von
250 Rthlr. zu 5 procent jährlich ertrage? —
Wie vielmal 100 Rthlr. man ansieht, so viele
mal 5 Rthlr. Zinsen bekommt man jährlich.
Ob nun einmal 100 Rthlr. hat man denn außer
Zinsen? Das läßt sich hier ohne einen Rest
nicht sagen. Denn überlegt man die Sache
so: Nehmt, für jeden einzelnen ausgeleihen
100 Rthlr. dann man fünf Rthlr.; so würden sich
250 ausgeleihte Rthlr. jährlich 250 mal 5 Rthlr.
erfahren. Aber, wollte man das von dem
Geldbesitzer wirklich fordern: so verlangte man so
oft hundertmal soviel als er geben würde. Wisse
den hundertsten Theil von 250 mal 5 hat man mit
sich zu fordern; daher wird man 5mal 5, —
oder, welches dasselbe ist, 5 mal 25, -- durch
25 dividiren. Die Rechnung sieht so:

$$\begin{array}{r}
 850 \\
 5 \\
 \hline
 4250
 \end{array}$$

wo man nur noch 42,5 statt 4250 zu schreiben hat, um fertig zu seyn. Denn in der Division mit 100 stehen zwey Divisionen mit 10; nun bedeutet jede Zahl zehnmal weniger, wenn man sie eine Stelle weiter Rechts setzt; folglich ist die Division mit 100 verrichtet, sobald man jede Zahl um zwey Stellen weiter nach der Rechten hinschiebt. Dann werden aus 50 Ganzen, fünf Zehntel; aus 200 Ganzen, 2 Ganze, und aus 2000 Ganzen, 20 Ganze, also aus 4250 wird 42,5. — Die Deutlichkeit wäre hier unzulänglich; die folgenden Rechnungen werden aber zur Deutlichkeit beitragen. Scheut man sich indess nicht vor einer leichten Spur von Buchstabenrechnung: so ist alles, was zur Regel derlei wesentlich gehört, ganz kurz gesagt in folgender Formel.

$$a : ma = b : mb$$

a und b bedeuten Dinge, von denen man weiß daß eins sich immer wie das andre verhält. a wächst also zu m mal a , wie b zu m mal b . Da man aber die Zahl m gewöhnlich nicht oder wenig angegeben können, so sucht man m mal b so, daß man b erst n mal nimmt, — nun ist es a mal zu viel genommen, — darum dividirt man

n mal

amb durch a. Also der Ausdruck $\frac{amb}{a}$ zeigt die ganze, — zuweilen für schwer gehaltene Rechnung. —

Um nun die Formen der Dreyecke durch die Proportionen ihrer Seiten zu bestimmen; und um diese Proportionen mit einander vergleichen zu können: muß man den zufälligen Unterschied der Größe, ganz von der Form entfernen. Darum müssen alle Dreyecke eine Seite der Größe nach gemein haben. Dann wird die Verschiedenheit der übrigen Seiten, die Verschiedenheit der Formen bemerklich machen.

Da aber die eine gleiche Seite für sie alle der gleiche Maasstab seyn wird, das heißt, da man die übrigen Seiten dadurch bestimmen wird, daß man von ihnen anzieht, wie viel Ganze und Zehntel von jener sie enthalten: so fragt es sich, welche Seite sich am besten dazu schicke, den gemeinschaftlichen Maasstab anzumachen? Am natürlichsten die kleinste; denn mit dem Kleinsten mißt man das größere. Da also die kleinste Seite selbst zum Maasse dient, so enthält sie jederzeit das Maas nicht mehr noch weniger als einmal in sich; oder ihre Zahl ist immer 1; die Zahl der übrigen Seiten aber ist allemal größer als 1. —

Zum

Zum Behuf der Berechnung dieser Seiten welche sich ganz und gar auf die Verhältnisszahlen für die rechtwinklichten Dreiecke stützt: ist es nun nothwendig, daß die Mathematik uns zu Hülfe komme; mit einigen Ziffern nämlich, wodurch jene Verhältnisszahlen genauer bestimmt werden. Wollten wir die jetzt zu suchenden Zahlen nur bis auf Zehntel berechnen, so würden sehr viele der dadurch bestimmten Dreiecke sich gar nicht sichtbar unterscheiden, da sie in den Zehnteln noch gleich sind, und erst in den Hunderteln von einander abweichen. Darum müssen aber auch die Zahlen für die rechtwinklichten Triangel wenigstens bis auf Hundertel bekannt seyn. Auch so noch läßt die Rechnung hier und da eine bedeutende Unsicherheit übrig. Das nöthigt uns, die Verschiedenheit der Dreiecke sorgfältig zu bedenken, um unter mehreren möglichen Wegen der Rechnung, jedesmal den zu wählen, der gerade bey der vorliegenden Aufgabe am schnellsten zum Ziele führt. Und wenn endlich, in ein paar seltenen Fällen, auch diese Vorsicht nicht genügt: so zeigt eben dadurch das Mangel der Einschauung auf die Mathematik hin, — auf die Wissenschaft, nach der die Vermuthungen des Anfängers streben. — Die Hundertel, die wir als ein vorläufiges Geschenk der Wissenschaft schon hier erbitten, finden sich in folgender Tafel:

Von

Von 45° ist die Tang. 1,	die Sec. über 1,41
— 50° — — — über 1,19	— — — 1,55
— 55° — — — 1,428	— — — 1,74
— 60° — — — 1,73	— — — genau 2,
— 65° — — — 2,14	— — — über 2,36
— 70° — — — 2,74	— — — 2,92
— 75° — — — 3,73	— — — 3,86
— 80° — — — 5,67	— — — 5,75
— 85° — — — 11,43	— — — 11,47

Auch durch die hinzugesetzten Hundertel sind die Tangenten und Secanten nicht vollkommen bestimmt. Es fehlen noch Tausendtel, Zehntausendtel, u. s. w. Bey der Tangente von 55° sind die Tausendtel hier mit angezeigt, denn 8 Tausendtel machen beynahe ein Hundertel, und bey einer so kleinen Tangente, wie diese, darf man so viele Tausendtel schon nicht für unbedeutend halten. Es ist nämlich klar, daß ein Vergleich mit der ganzen übrigen Größe dieser Tangente, so fern sie durch 1,42 bestimmt ist, die noch hinzukommenden 8 Tausendtel mehr betragen, als wenn 3. P., (wie wirklich der Fall ist,) ihrer eben so viele hinter den Zahlen für die Secante von 80° fehlen. Neben 5 Ganzen, kann man einige Tausendtel mehr oder weniger, schon eher übersehn, als neben einem Ganzen. — Will man nicht gerade genau rechnen, so kann man statt 1,428 allensfalls schreiben 1,43; doch wird

wird der Fehler, der daraus am Ende der Rechnung entsteht, leicht mehr als ein Hundertel betragen.

Verlangt man auch noch die Tangenten und Secanten von 78° , 83° und 88° , so sind sie folgende:

78°	Tangente	4,79	Secante	4,81
83°	—	8,14	—	8,20
88°	—	28,63	—	28,65

Von der wirklichen Berechnung der Dreppede *) mögen zuvörderst zwei leichte Beispiele einen

*) Sollten Lehrer, welche Mathematik verlehren, nach der gegenwärtigen Schrift unterrichten wollen: so wäre, unter Umständen, folgendes Vorschlag eines Recensenten zu empfehlen: "Nur würde die Namen von Radius und Tangente wie in der Trigonometrie gebrauchen; und ehe er zu den Dreppeden überhaupt fortginge, durch den obnehm schon hier eintretenden Gebrauch der Kreistreife, indem er das, was in Beziehung auf den einen Winkel Tangente war, in Beziehung auf den andern als Radius darstellte, und umgekehrt, aus den schon bekannten Zahlen für die Seitenverhältnisse in den ersten 9 Musterdreppeden eben diese für die noch fehlenden 9 übrigen ableiten, und so die Grundtabelle, ohne des Gedächtnis mehr zu beschweren, aus sich selbst vollständig werden lassen. Es ist eben dies
selbst

einen Begriff geben. Man sehe fig. 3 und fig. 5. In fig. 3. besteht das ganze Dreieck abc aus dem rechtwinklichten acd und bcd . In acd ist cd als die kleinste Seite, für den Radius, ad aber, als die mittlere für die Tangente zu nehmen. Hingegen in bcd stellt cd die Tangente, bc den Radius

selbe Rechnung, (nicht ganz,) in die der Verf. hernach bey der Zusammenführung der Dreiecke überhaupt jeden Augenblick fallen muß: sie steht aber nur hier wissenschaftlich an der rechten Stelle, und wird noch außerdem den erheblichen Vortheil geben, daß alle jene Regeln für die Berechnung der Dreiecke überhaupt in eine einzige zusammenfassen, und so die Entwicklung des Ganzen leichter und sehr mathematisch vollbringen lassen." Dies ist die Sprache des Mathematikers, der allerdings die allgemeinste Formel sucht. Der Pädagog hingegen vermeidet abstrakt den Mechanismus vieler Arbeit nach Einer Regel. Um dieses, und andre klünerer Ansichten willen ist der Vortrags nicht in die gegenwärtige Ausgabe verwickelt worden. Im Förlinge aber, die selbst einen Gang haben, das Verordne als dem Allgemeinen untergeordnet auf einmal durchschauen zu wollen, und die allgemeine Regel durch alle speciellen Fälle bis zur Vollendung durchzuführen, würde die einförmigere Beweismethoden Vorzüge haben; wie wohl sie etwas minder genau ausfällt, wie man bey aufmerksamer Vergleichung finden wird.

Radius vor. Dieser Umstand, daß cd in einem Dreyeck als Radius, im andern als Tangente anzusehen ist, ruft die Regel de tri herbey. In fig. 5. ist es anders, ad ist Radius für beyde Dreyecke. Darum bedarf es hier keiner Regel de tri. Man setze nur die Zahlen für beyde rechte winklichte Stücke, auf; addire bd zu dc ; und Sorge, daß die kleinste Seite ac , die Zahl 1 der Summe: so ist das Dreyeck fig. 5. ausgerechnet. Als die leichteste Rechnung wird diese hier zuerst gezeigt. Der Winkel zur linken des Perpendikels sey 60° , der zur rechten sey 50° . So hat der ganze Winkel in der Spitze 110° , der an der Grundlinie Rechts, 40° ; Links, 30° ; und das Dreyeck findet sich auf der ersten Tabelle, in der zwölften Columnne, in der zehnten Reihe, angegeben; nur daß hier Rechts und Links verkehrt ist, welches für die Rechnung eben so gleichgültig ist, wie für das Dreyeck selbst. Die Zahlen, welche die Winkel erfordern, sind, in abd : 1; 1,73; 2; in acd : 1; 1,19; 1,55. Um aber aller Verwirrung, welche etwa durch die Decimalbrüche veranlaßt werden könnte, überhoben zu seyn: denke man sich das ganze Dreyeck mit allen seinen Seiten, hundertmal so groß; so werden die Zahlen:

für abd	für acd
100; 173; 200.	100; 119; 155.

Die

Die Linie bc nun besteht aus den beiden Tangenten bd und dc ; also addire man 173 und 119; das giebt 292. Die Zahl 100, welche dem Radius ad der beiden rechtwinklichten Dreiecke gehöret, ist jetzt überflüssig, denn ad kommt in dem ganzen Dreieck nicht vor. Aber ac ist die kleinste Seite, folglich muß, laut des Vorhergehenden, ihre Zahl 155 sich in 1 verwandeln. Wird aber diese Seite, oder doch ihre Zahl, hundert fünf und fünfzig mal kleiner: so muß, damit die Form nicht zerstört werde, alles am ganzen Dreieck eben so vielmal kleiner werden. ac war 155, ab war 200, bc war 292; alle diese Zahlen müssen mit 155 dividirt werden. $\frac{200}{155}$ ist, wie sich versteht, 1; die folgenden Divisionen sehn so:

$$155 \overline{) 200} [1,29$$

$$\begin{array}{r} 155 \\ \underline{450} \\ 310 \\ \underline{1400} \\ 1395 \\ \underline{5} \end{array}$$

$$155 \overline{) 292} [1,88$$

$$\begin{array}{r} 155 \\ \underline{1370} \\ 1240 \\ \underline{1300} \\ 1240 \\ \underline{60} \end{array}$$

Diese Divisionen sind in Decimalbrüchen fortgesetzt. Man denke sich den Rest 45 in der dritten Zeile, als 450 Zehntel; darin liegen 2 Zehntel von 155; ferner denke man sich den Rest 140, in der fünften Zeile, welches schon Zehntel sind,

K

als

als 1400 Hundertel; darin liegen 9 Hundertel von 155. Nämlich ein Zehntel von 155, wäre 15.5; ein Hundertel von 155, wäre 15.5; zwey Zehntel davon sind also zweymal 15.5; oder 31.0; und neun Hundertel von eben der Zahl sind 13.95. Mit diesen Zehnteln und Hunderteln ist nun, wie man sieht, wie mit ganzen Zahlen fortgerechnet worden, indem nur immer jedem Rest eine Null angehängt wurde. Die Null soll den Rest nicht unrichtmässiger Weise zehnmal so groß machen, sondern nur die übrig gebliebenen Ganzen als eine zehnmal so große Anzahl von Zehnteln, die übrig gebliebenen Zehntel als eine zehnmal so große Anzahl von Hunderteln, darstellen. Die Division der Zehntel giebt dann offenbar Zehntel, die Division der Hundertel giebt Hundertel.

Bev beyden Divisionen ist die Anzahl der Hundertel ein wenig zu groß geworden, doch beträgt der Fehler bey der ersten Division kein halbes Hundertel, bey der zweyten kaum ein Tausendtel. Die Fehler rühren daher, weil die Zahlen für die Tangenten- und Secanten auch durch die hinzubemerkten Hundertel noch nicht genau genug bestimmt waren. In der, dem Buche angehängten zweyten Tabelle, die durch Hülfe der Logarithmen bis auf Zehntausendtel berechnet ist, findet man die Verhältnißzahlen für die bey-

den

den größern Seiten dieses Dreiecks so angesetzt: 1,2855; und 1,8794. Weil die kleinste Seite immer 1 ist, so konnte sie in der Tabelle allenthalben weglassen werden.

Sollte noch die geringste Dunkelheit nachbleiben, wie die Zahlen die Seiten bestimmen können; so wird doch der Gebrauch des vorhin beschriebenen Instruments, welches die Ganzen, die Zehntel und Hundertel, unmittelbar vor Augen legt, jeden Grad der Deutlichkeit verschaffen können.

Das Dreieck fig. 3, im welchem an der Spitze der Winkel von 85° getheilt ist in 50° und 35° , findet sich in der zehnten Columne in der siebenten Reihe. Für beyde rechtwinklichte Stücke schreibe man zuerst wieder Radius, Tangente und Secante auf.

$$\begin{array}{c|c} 50^\circ & 55^\circ \\ \hline 100, 119, 155, & 100, 143, 174. \end{array}$$

Hier ist cd in dem Dreieck acd , 100; aber in dem Dreieck cdh , 143. Der Grund liegt darin, daß in dem letztern der Maasstab, nämlich der Radius dh , kleiner ist, als in jenen, wo cd selbst Radius ist. Sind die Nebenagen im Vergrößern und Verkleinern der rechtwinklichten Kupferdreiecke sorgfältig angestellt: so muß hier alles verständlich seyn. — So mit verschiedenem Maasse gemessen, kann man nun ac und cb nicht zus-

sammenrechnen; wie doch geschehn muß, um für das ganze Dreieck die Seite ab zu bekommen. Auch cb , welches augenscheinlich kleiner ist als ac , würde unrichtig durch die Zahl 174 ausgedrückt werden, wenn ac die Zahl 155 behielte.

In einer gegebenen Größe ist ein kleineres Maas mehrmal enthalten, als ein größeres. Also wie das Maas kleiner, so wird die Zahl größer. Aber das Maas für acd wird kleiner, wenn man auch dieses Dreieckes Seiten jetzt mit dem nämlichen Maße, wie edb , — mit dem Radius db , ausmisst. Darum ist auch die Zahl für ed schon größer geworden, sie ist von 100 gewachsen zu 147. Eben so müssen nun noch die Zahlen 119 und 155 wachsen, weil sie für alle Seiten von acd dieselbe Verkleinerung des Maasses statt findet.

Gesetzt, 100 wäre gewachsen zu 200; so wäre es doppelt so groß geworden, wie zuvor; also müßten auch 119 und 155 sich verdoppeln. Oder gesetzt, 100 wäre gewachsen zu 150; so wäre es anderthalbmal so groß geworden, wie vorher; also müßten auch 119 und 155, anderthalbmal genommen werden. Vollends zu 150 ist nun 100 nicht gewachsen. Wie vielmal so groß als zuvor es geworden sey, läßt sich ohne Bruch nicht angeben; aber das ist gewiß, daß eben so vielmal auch 119 und 155 genommen werden müssen.

sen. Nun erinnere man sich an die Regel de tri.
Folgendes ist die Rechnung:

$$\begin{array}{r|l}
 100:143=119:\overset{143}{\underset{100}{122}} & 100:144=155:\overset{144}{\underset{100}{155}} \\
 \hline
 143 & 143 \\
 119 & 155 \\
 \hline
 1287 & 715 \\
 143 & 715 \\
 \hline
 143 & 143 \\
 \hline
 170,17 & 221,65
 \end{array}$$

Das Comma verrichtet hier die Division mit 100, wie schon oben gezeigt. — Es ist nun ab zu ad, oder 100 zu 170,17 zu addiren. Das giebt 270,17. ac ist der Rechnung zufolge, 221,65; und cb, daß sein erstes Maaß behalten hat, heißt 174. Aber cb ist die kleinste Seite, und muß 1 werden. Alle Zahlen nun müssen gleichvielfach kleiner werden; darum dividire man 270,17 und 221,65 mit 174.

$$\begin{array}{r|l}
 174) 270,17 [1,55 & 174) 221,65 [1,27 \\
 \hline
 174 & 174 \\
 \hline
 961 & 476 \\
 870 & 318 \\
 \hline
 917 & 1285 \\
 870 & 1218 \\
 \hline
 & 67
 \end{array}$$

Die 961 in der dritten Zeile sind Zehntel; die 917 in der 5ten Zeile sind Hundertel; indem man

π 3

Die

die Zehntel dividirt, bekommt man Zehntel; die Division der Hundertel giebt Hundertel.

Nicht um ein Tausendtel zu groß ist die erste Zahl gefunden; die zweite stimmt völlig überein mit der zweiten Tabelle, in welcher für diesen Triangel die Verhältnißzahlen 1,5498, und 1,2743 angegeben sind; indem wieder, wie bekannt, die kleinste Seite 1 ist.

Einen ähnlichen Gang, wie in diesen Beispielen, wird die Rechnung bey allen Dreyecken nehmen; doch sind Modificationen nützlich, um allenthalben mit dem größten möglichen Vortheil zu verfahren. Der Vortheil besteht zwar hier höchstens in ein paar Hunderteln: — aber, wer rechnen lernen will, muß noch weit kleinere Brüche der vermehrten Sorgfalt und des geschärften Nachdenkens werth halten. — Ueherdab wird es nur durch die Modificationen möglich, die Langeweile von diesen Uebungen zu entfernen. Wie dürfte man doch sonst den Kindern anmuthen, dieselbe einsörmige Rechnung so viel mal zu wiederholen, als es Dreyecke giebt, die von ihnen mit beharrlicher Aufmerksamkeit betrachtet und bedacht werden müssen? Wie würden ihnen diese Dreyecke, aller Tabellen ungesachtet, durch einander schwimmen, wenn es nicht Unterschiede gäbe, die beobachtet seyn wollen, damit

damit die Rechnung, so wie sie der Lehrer fordert, geleistet werden könne.

Die Dreyecke zerfallen in dieser Rücksicht in 4 Klassen. Man sehe die erste Tabelle. Diejenigen stumpfwinkllichten Dreyecke, bey denen beyde Winkel am Perpendikel 45° oder darüber sind, machen eine Klasse. Die zweite enthält die, bey denen ein Winkel am Perpendikel unter 45° ist. Unter den spitzwinkllichten Dreyecken gehören zur dritten Klasse die, welche wenigstens einen Winkel am Perpendikel haben, der 45° oder darüber beträgt. Die vierte Klasse schließt diejenigen in sich, bey denen kein Winkel am Perpendikel die Größe von 45° erreicht. Die letzte Klasse legt der Rechnung am meisten Schwierigkeit in den Weg, ist aber auch am mindesten zahlreich; die meisten Dreyecke faßt die erste Klasse in sich, und diese sind auch am leichtesten, und im Ganzen am sichersten zu berechnen.

Das Verfahren, was die erste Klasse erfordert, ist an dem Beyspiel hg. 5. vollkommen gezeigt. Nur um die Rechnung, frey von allen Zwischenbemerkungen, übersichen zu lassen, hier noch ein Beyspiel. Es sey das Dreyeck was die erste Tabelle in der 16ten Columnne in der 25 Reihe zeigt.

$$\begin{array}{r}
 75 \overline{)80} \\
 100, 373, 386 \overline{)100, 567, 575} \\
 373 \\
 \underline{567} \\
 940
 \end{array}$$

$$386 \overline{)940} [2,43$$

$$\begin{array}{r}
 772 \\
 \underline{1680} \\
 1544 \\
 \underline{1360} \\
 1158 \\
 \underline{} \\
 202
 \end{array}$$

$$386 \overline{)575} [1,49$$

$$\begin{array}{r}
 386 \\
 \underline{1890} \\
 1544 \\
 \underline{} \\
 3460 \\
 3474
 \end{array}$$

Von der letztern Division ist am Ende eine 9 gesetzt, wo die Division eigentlich nur eine 8 zuließ, denn 3474 ist größer als 3460. Aber nur um 14 größer; welches im Vergleich mit den Zahlen selbst sehr wenig beträgt. Daher stimmt diese Rechnung immer noch sehr nahe zusammen mit der, nach welcher die zehnte Tabelle gemacht ist. Diese giebt: 1,4905. Auch aus der gegenwärtigen Rechnung hätte sich die 9 gefunden, wäre nur die Secante von 80° nicht um die 8 Tausendtel verkürzt gewesen, die ihr noch gehören. —

Von den Dreiecken der zehnten Klasse ist das Perpendikel zugleich als Radius und als Tangente anzusehn, jenes in dem größern, dieses in dem kleinern rechtwinklichten Stücke, welche
durch

durch den größern und durch den kleinern Winkel am Perpendikel, bestimmt werden. Man kann also nach dem zweyten Beispiele rechnen. Dann ist bey dem Drey-eck fig. 6. so zu verfahren:

$\begin{array}{r} 50 \overline{) 60} \\ 100, 119, 155 \overline{) 100, 173, 200} \end{array}$	
$100 : 119 = 173 : \frac{173 \cdot 119}{100}$ $\begin{array}{r} 173 \\ 119 \\ \hline 1557 \\ 173 \\ \hline 173 \\ \hline 205,87 \\ 100 \\ \hline 305,87 \end{array}$ $155 \overline{) 305,87} [1,97$ $\begin{array}{r} 155 \\ \hline 1518 \\ \hline 1395 \\ \hline 1137 \\ \hline 1085 \\ \hline 52 \end{array}$	$100 : 119 = 200 : \frac{119 \cdot 200}{100}$ $\begin{array}{r} 119 \\ 2 \\ \hline 238 \end{array}$ $155 \overline{) 238} [1,52$ $\begin{array}{r} 155 \\ \hline 830 \\ \hline 775 \\ \hline 550 \\ \hline 465 \\ \hline 85 \end{array}$

Diese Zahlen sind so genau wie man es hier verlangen kann; daher ist die Veränderung der Rechnung, welche vermittelst des, außer dem Dreyecke fallenden, Perpendikels be gemacht werden könnte, in gegenwärtigem Falle nicht nöthig.

thig. Eine solche Veränderung wird aber nützlich bei fig. 7; und soll daran gezeigt werden, nachdem zuvor die Rechnung auf dem gewöhnlichen Wege geführt ist.

$$\begin{array}{r}
 55 \overline{) 80} \\
 100, 143, 174 \overline{) 100, 567, 575} \\
 100 : 143 = 567 : \frac{567 \cdot 143}{100} \quad 100 : 143 = 575 : \frac{575 \cdot 143}{100} \\
 \begin{array}{r}
 567 \\
 143 \\
 \hline
 1701 \\
 2268 \\
 567 \\
 \hline
 810,81 \\
 100 \\
 174 \overline{) 910,81} [5,23 \\
 870 \\
 \hline
 408 \\
 348 \\
 \hline
 601 \\
 522 \\
 \hline
 79
 \end{array}
 \end{array}$$

Vergleicht man die zweite Tabelle, so finden sich für die Dreyeck in der 16ten Columne, in der 7ten Reihe, die Zahlen 5,2192; und 4,7173. Die Rechnung fehlte also, besonders bei der ersten Zahl, merklicher als gewöhnlich. Das kann man vermeiden.

Es ist schon erinnert worden, daß bey grösseren Tangenten und Secanten die fehlenden Theilchen nicht so sehr in Betracht kommen, als bey kleineren. Daher sind die grösseren als richtiger angegeben anzunehmen; und, wo Wahl statt findet, wird man sie lieber zur Rechnung gebrauchen, als die kleineren.

Man ist hier die bessere Wahl möglich. Man sehe das Perpendikel be in Fig. 7. Es ist gefällt auf die Verlängerung der Secante des grössern rechtwinklichten Dreyecks, aus der gegenüberstehenden Spitze des kleinern. Daraus entsteht das Dreyeck eab ; dieses ist ein Theil von einem grössern ebe ; und mit demselben hat es den rechten Winkel bey e gemein. ea ist der Radius, eb die Tangente, und ab die Secante in eab ; hingegen in ebe ist eb der Radius, ee die Tangente, be die Secante. Wie wird man die Winkel in den Dreyecken finden? e hat 10° , b (in dem ganzen Dreyeck ebe) muß mit e zusammen 90° , folglich für sich allein 80° betragen. Zieht man davon 55° ab: so bleibt für das kleine Dreyeck eab , bey b noch der Winkel von 25° übrig. Folglich bey a hat dasselbe Dreyeck, um 90° für beyde spitze Winkel voll zu machen, noch 65° . Nun lassen sich die Zahlen aufsetzen, für eab und ebe . Man wird dieselben durch die Regel de tri auf einerley Maass bringen; alsdann

dann ea von ee abziehen; und durch ab, — die kleinste Seite von abc, die 1 werden muß — gehörig dividiren. Dagegen hat man den Vortheil, daß jetzt von 65° und 80°, statt vorhin von 55° und 80°, die Tangenten und Secanten in die Rechnung kommen. Der Unterschied der Richtigkeit in den für 65°, und für 55°, hier bekannten Zahlen, ist nicht zu gering, um die vorhin gefundenen Resultate merklich zu berichtigen.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 65 \mid 80 \\
 100, 214, 236 \mid 100, 567, 575 \\
 100 : 214 = 567 : \frac{567 \cdot 214}{100} \mid 100 : 214 = 575 : \frac{575 \cdot 214}{100} \\
 \begin{array}{r}
 567 \\
 214 \\
 \hline
 2268 \\
 567 \\
 \hline
 1134 \\
 1213,38 \\
 100 \\
 \hline
 1113,38 \\
 236) 1113,38 [4,71 \\
 \begin{array}{r}
 944 \\
 1693 \\
 1652 \\
 \hline
 418 \\
 236 \\
 \hline
 182
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 236) 1230,50 [5,21 \\
 \begin{array}{r}
 1180 \\
 505 \\
 472 \\
 \hline
 330 \\
 236 \\
 \hline
 94
 \end{array}
 \end{array}$$

Daß

Daß bey fig. 7 die Veränderung der Rechnung nöthiger war, als bey fig. 6., rührt hauptsächlich daher, weil dort in den Regeln der Art nicht so große Zahlen multiplicirt wurden, folglich das Fehlerhafte der kleinen tang. und sec. sich nicht so sehr vervielfältigte, wie hier. Und die großen Zahlen kommen offenbar von den großen Winkeln, oder von der länglichten Form des Dreuecks. Daher erfordern die Dreuecke der letzten Columnen die hier gebrachte vorsichtigeren Rechnung am meisten. Doch sind davon auszunehmen die in den obersten Reihen, bey denen sich die gemeine Rechnung ohnehin der größern Zahlen bedient.

Die Dreuecke der dritten und vierten Klasse liegen in der vordern Hälfte der Tafel; wo die schon bemerkten Wiederholungen vorkommen, weil man aus jeder Spitze eines Dreuecks, Perpendikel fallen lassen, also auf dreyerley Weise den Triangel in rechtwinklichte Stücke zerlegen kann. Hieraus folgt für die Rechnung eine dreysache Willkühr; oder vielmehr, man wird überlegen, welche der drey Zerlegungen die sicherste Rechnung gebe?

Der Unterschied zwischen den beyden letzten Klassen liegt darin, daß in der dritten es immer möglich bleibt, das Perpendikel für eines der rechtwinklichten Stücke als Radius anzusehn,

sehn, in der vierten aber dasselbe bey beyden
 Ecken als Tangente genommen werden muß.
 Man erinnert man sich aus den vorigen Rech-
 nungen: daß in den Regeln de tri die erste Zahl
 immer 100 war, womit man nicht nur leicht
 dividirte, sondern wobey auch keine Ungewißheit
 über die Richtigkeit der Zahl statt fand. Diese
 100 war nämlich der Radius, der eigentlich 1
 seyn sollte, und nur hundertmal größer gedacht
 wurde, um die Decimalbrüche als ganze Zahlen
 behandeln zu können. Der Radius ist selbst das
 Maas für die übrigen Seiten; es fragt sich da-
 her bey ihm nicht, ob ihm auch Tausendtel, Zehn-
 tausendtel u. s. w. fehlen mögen, deren Mangel
 bey den Tangenten und Secanten immer kleine
 Ungewißheiten veranlaßt. Waren wegen der
 letztern unsre Rechnungen schon nicht bis auf
 Tausendtel richtig: so werden sie jetzt noch un-
 sicherer werden, wenn wir in der vierten Klasse
 uns genöthigt sehn, statt der Zahl 100, eine
 Tangente zu gebrauchen; die so viel eher Fehler
 verursacht, je kleiner sie ist. Und hier gerade
 ist es die kleinste Zahl, die aus einer sicheren sich
 in eine unsichere verwandelt.

Um dieser Unbequemlichkeit so lange als mög-
 lich zu entgehn: ist für die dritte Klasse die ers-
 te Regel folgende: Man zerlege das Dreieck
 nie so, daß am Perpendikel beyde Winkel klei-
 ner

ner als 45° , und dadurch die gegenüberstehenden Seiten zu Radien würden. Vielmehr sehe man dahin, daß das Perpendikel wenigstens einen Winkel über 45° neben sich habe, und dadurch selbst zum Radius für eins der rechtwinklichten Stücke werde. — Erinnert man sich überdas noch, daß größere Tangenten richtiger angegeben sind, wie die kleineren: so wird kein Zweifel über den Gang der Rechnung mehr stattfinden.

In fig. 8 ist das Perpendikel ce gar nicht zu gebrauchen, denn es würde in dem Dreieck bce sowohl als in ace , die Tangente seyn; und die noch übrige Wahl zwischen ad und bf entscheidet sich dadurch, daß bf die Tangente eines sehr großen Winkels bey a ist, folglich vor ad den Vorzug der größern Richtigkeit ist. So ist also das ganze Dreieck abc , zu zerlegen in abf und bef , der Winkel bey a habe 85° ; der bey c , 40° ; folglich der zu dem Dreieck bef gehörige bey b , 50° : so geht die Rechnung folgenden bekannten Gang:

	50 85	
100, 119, 155	100, 1143, 1147	
$100:1143=119:\frac{119\cdot 1143}{100}$	$100:1143=155:\frac{155\cdot 1143}{100}$	
1143	1143	
<u>119</u>	<u>155</u>	
10287	5715	
1134	5715	
<u>1143</u>	<u>1143</u>	
1360,17	1771,65	
<u>100</u>		
1460,17		
1147) 1460,17 [1,27	1147) 1771,65 [1,54	
<u>1147</u>	<u>1147</u>	
3131	6245	
<u>2294</u>	<u>5735</u>	
8377	5105	
<u>8029</u>	<u>4588</u>	
348	517	

Das Dreieck findet sich in der 10ten Columne in der ersten Reihe. Die Zahlen sind völlig richtig. — Dasselbe findet sich aber wegen der Wiederholungen auch in der 10ten Columne in der 7ten Reihe; und in der 7ten Columne in der ersten Reihe. An diesen drey verschiedenen Orten sind die drey verschiedenen Winkel durchs Perpendikel getheilt. An den zwey letztgenannten Orten war die Theilung unbedquem für die
Rechnung

Rechnung; an dem ersteren aber hatte man den Triangel aufzufuchen, um dort sogleich durch die Bezeichnung in der Tafel, welche die Zerlegung des Winkels an der Spitze andeutet, auf den rechten Weg des Verfahrens geleitet zu werden. Ueberhaupt suche man die Dreyecke der dritten Klasse, in den obern Reihen, aber in den hintern Columnen; dort findet sich immer ein Winkel am Perpendikel über 45° , und der andre ist so klein, — folglich der ihm entsprechende an der Grundlinie, nebst seiner Tangente so groß, als es im Dreyeck möglich ist.

Hinwurz die Dreyecke der vierten Klasse nehme man, um die Unrichtigkeit möglichst zu vermindern, aus den vordersten Reihen und Columnen; denn dort werden sich die Winkel an der Grundlinie, und die zugehörigen Tangenten, am größten finden.

Der Triangel fig. 9 kommt vor in der 6ten Columnne in der 5ten Reihe; und tritt daneben in der nächsten Columnne und Reihe noch zweymal. Man nehme ihn aber vorn am ersten Orte; oder in der Figur brauche man das Perpendikel bf , welches bey b die spitziasten Winkel neben sich hat. Die an der Grundlinie sind desto größer, sie haben 60° und 65° .

60/65

100, 173, 200 | 100, 214, 236

x

100

100 bedeutet hier das erstemal cf , das zweytemal af ; also beyde Stücke der Grundlinie sind Radien geworden. Daß dies unvermeidlich war, zeigt schon der Anblick der Figur. Mochte man immerhin ab , oder auch bc zur Grundlinie nehmen, so zerfiel sie immer in Stücke, welche beyde kleiner waren, als das sie zerfallende Perpendicular. bf ist wenigstens das größte Perpendicular, in Vergleich mit den Stücken der zugehörigen Grundlinie. Es ist das einmal Tangente von 60° ; oder, wenn fc Radius, also 100 ist, so ist bf 173. Das anderemal ist es Tangente von 65° ; oder wenn af Radius, also 100 ist, so ist bf 214. Das zweytemal ist es mit dem kleineren Maaße gemessen, daher wurde die Zahl größer. In eben dem Verhältniß größer müssen auch die andern beyden Zahlen werden, die zu dem Dreyeck cbf gehören; weil alle Seiten auf einerley, und zwar auf das kleinste Maaß gebracht werden sollen. Also wie 173 zu 214 wächst, so wachsen auch 100 und 200. Daher entstehen folgende Regeln de tri:

$$173 : 214 = 100 : \frac{214 \cdot 100}{173} \quad 173 : 214 = 200 : \frac{214 \cdot 200}{173}$$

$$\begin{array}{r}
 214 \\
 100 \\
 \hline
 173 \overline{) 21400} [123,699 \\
 \underline{173} \\
 410 \\
 \underline{346} \\
 640 \\
 \underline{519} \\
 1210 \\
 \underline{1038} \\
 1720 \\
 \underline{1557} \\
 1630 \\
 \underline{1557} \\
 73
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 214 \\
 200 \\
 \hline
 173 \overline{) 42800} [247,398 \\
 \underline{346} \\
 820 \\
 \underline{692} \\
 1280 \\
 \underline{1211} \\
 690 \\
 \underline{519} \\
 1710 \\
 \underline{1557} \\
 1530 \\
 \underline{1384} \\
 146
 \end{array}$$

Die Divisionen sind hier in Decimalbrüchen fortgesetzt worden; vermittlest der, den Resten angehängten Nullen, welche die übergebliebenen Ganzen als zehnmal soviel Zehntel, die übergebliebenen Zehntel als zehnmal so viel Hundertel darstellen, u. s. f. Das Verfahren war hier nöthig, weil mit den herausgekommenen Zahlen noch weiter gerechnet werden muß. Dazu dürfen ihnen die anhängenden Zehntel und Hundertel nicht fehlen. Daß auch noch Tausendtel gesucht worden sind, geschah darum, weil es nicht

X 2

dar

bar war, daß die Tausendtel in diesem Beispiel beynahe ein Hundertel betragen. Dafür werden sie der Kürze wegen auch genommen werden; anstatt 123,699 soll also geschrieben werden 123,70; anstatt 247,398 setze man 247,40. — Es ist nun zuvörderst es und sa zu addiren, und alsdann noch durch die kleinste Seite, welche hier das herausklemmende ac seyn wird, zu dividiren.

$$123,70$$

$$100$$

223,7. Um mit dieser Zahl, der noch 7 Zehntel anhängen, bequem zu dividiren, denke man sie zehnmal größer, so wird sie 2237. Um den Fehler, der daraus entstehen würde, wieder gut zu machen, müssen dann auch die Zahlen, welche dividirt werden sollen, zehnmal größer genommen werden. Dann wird es seyn als hätte man mit 10 multiplieirt und wieder mit 10 dividirt, welches sich aufhebt.

$$2237) 2360 [1,05$$

$$\begin{array}{r} 2237 \\ \underline{12300} \\ 11185 \\ \underline{1115} \end{array}$$

$$2237) 2474 [1,105$$

$$\begin{array}{r} 2237 \\ \underline{2370} \\ 2237 \\ \underline{13300} \\ 11185 \\ \underline{1115} \end{array}$$

Die

Die Vorsicht, mit welcher diese Rechnung angestellt ist, wird dadurch belohnt, daß sie selbst in den Tausendtheilen beynahe richtig ist. Der letzte Rest in der zweiten Division ist so groß, daß man fast eine 6 statt der zuletzt gefundenen 3 hätte schreiben können; genau wie es die zweite Tabelle verlangt, die 1,0572 und 1,1064 für dieses Dreieck giebt. —

Die angezeigten Methoden werden es den Kindern — denen man nur alles genauer erklären, oder vielmehr umständlicher auseinandersetzen muß, — möglich machen, in jedem von den auf der zweiten Tabelle bemerkten Dreiecken, die Verhältnisse der Seiten aus den gegebenen Winkeln zu berechnen. Dies darf nun nur nicht bloß möglich bleiben, es muß wirklich werden. Einzelne zerstreute Beispiele wären nur Rechenzettel. Aber die Mannigfaltigkeit der Dreiecke selbst, war es, welche darzulegen, welche ganz eigentlich ein Gegenstand der Kenntniß werden sollte. Dem Mathematiker würde es hinreichen, Methoden zu besitzen, nach denen er in vorkommenden Fällen sich helfen könnte. Aber, um die Anschauung zu bilden, ist die Bekanntschaft mit allen hier möglichen Fällen, und die geläufige und bestimmte Unterscheidung derselben, — die Hauptsache: das Rechnen ist bloß ein Hülfsmittel, um zu den

Hauptsache zu gelangen. Nur damit das Auge veranlaßt werde, in den Lagen dreier Punkte auch kleine Unterschiede zu bemerken, — damit es die verschiedenen Entfernungen dieser Punkte genauer mit einander vergleiche, an einander messe, — damit es beachte, wie stark oder gering ein paar Linien oder Entfernungen gegen einander geneigt seyen, — ja überhaupt, damit es dazu komme, das Angesehene zu gestalten, und die Gestalt zu fixiren; aus den unzähligen Verhältnissen, die ein einziger Anblick darreicht, gewisse Hauptverhältnisse herauszuheben; und auf den letztern mit sicherem Fortschritt das Gebäude der übrigen zu errichten: — dazu bedarf es einer vorhergegangenen Beschäftigung mit den einfachsten Grundformen; einer Beschäftigung, wodurch diese an sich nicht reizenden Formen, ein Gegenstand des Nachdenkens werden; als solcher sich wichtig, und, wo möglich, interessant machen; aus unmittelbaren Wahrnehmungen sich in Begriffe verwandeln, die besprochen und gemeinschaftlich beurtheilt werden können. Dazu dient die Rechnung; dazu muß sie nun auch gebraucht werden.

Keins von den Verspielen, wodurch die Rechnung erläutert und geübt wird, darf verloren gehn. Was herauskommt, werde jedesmal angeschrieben. Die Producte des Gleißes zu sammeln

meß, wenn sie auch nur den Schein eines Zwecks hätten, wäre schon darum rathsam, weil es weder erfreulich, noch eine gute Gewohnheit ist, verlorne Arbeit zu machen. Die Sammlung der zur Uebung berechneten Dreiecke dient aber hier als erste Anlage einer größern Sammlung; vielleicht selbst als ein Reiz, einen schon halb gewonnenen Besitz vollständig zu machen.

Man lasse also, wenn auch die Rechnung schon hinreichend geläufig ist, doch die noch fehlenden Mäßerdreiecke ebenfalls berechnen; so daß der Schüler sich selbst eine Tabelle verschaffe, die mit der hier angehängten zweiten Tabelle überkomme, nur nicht ebensovielen Decimalsfiguren abgebe. Lernen der Kinder mehrere mit einander; so kann die Arbeit einigermaßen vervielfacht werden. Indessen ist es besser, wenn sie bloß einander ihre Rechnungen berichtigen, und übrigens jeder alles macht; damit gelegentlich jeder sich alle Dreiecke hindeutet, und das Auge mit allen gleichförmig bekannt werde. Außer der Zahlentabelle muß auch noch eine ihr entsprechende Figurentabelle entworfen werden; worin alle Dreiecke, soweit es thunlich ist, nach einerley Maaß, (so daß immer die kleinste Seite gleich ist,) die sehr länglichten aber nach halb so großem Maaß, gezeichnet seyen. Tabelle

Tabellen dienen weiterhin zu mancherley Gebrauch.

VII. Episode.

Berechnung der zwischenfallenden Dreiecke.

Für die Anschauung kann es hinreichen, wenn sie die Musterdreiecke zu unterscheiden, und von vorkommenden Dreiecken anzugeben weiß, zwischen welchen von jenen, sie liegen. Aber zur Vorbereitung auf die Mathematik wird es zweckmäßig seyn, auch die Continuität zwischen den Punkten, oder die Möglichkeiten, über welche die Dreiecke in den Tabellen hinwegschreiten, genauer zu betrachten.

Daß es in der ersten Tabelle Reihen zwischen den Reihen, Columnen zwischen den Columnen geben könne, ist klar. Schritten die Winkel am Perpendikel nicht von 3° zu 5° , sondern von einem zu einem Grade fort, so würden sehr viel mehrere Dreiecke in die, sich innerlich ausdehnende, Tabelle kommen; die jetzt darin vorhandenen, würden unter den übrigen daraus zerstreut liegen, doch ohne in ihrer Ordnung im mindesten gestört zu seyn. Nur der Platz zwischen je

zweyen

zweyen würde scheinen sich erweitert zu haben, indem er noch vier neue Zirkangel in sich aufnahm. Und nur scheinen, — denn die Distanz von 5 zu 5 Grad wird nicht größer noch kleiner, man mag sie mit kleinern oder mit größern Schritten durchwandern.

Gingen vollends die Winkel nur von Minute zu Minute, oder gar von Secunde zu Secunde, so würden der zwischensfallenden Reiben und Columnen noch viel mehrere. Wie viele ihrer aber werden könnten, das läßt sich gar nicht bestimmen, denn auch der Schritt von Secunde zu Secunde läßt sich ins Unendliche theilen.

Immer aber würde jedes Dreyeck anzusehn seyn, als bestehend aus zwey rechtwinklichten; immer würden die vorigen Arten der Rechnung passen; — wenn man nur für zwischensfallende Tangenten und Secanten die Zahlen besäße.

Der Mathematiker hat gedruckte Tafeln für diese Linien: das ABC der Anschauung kennt nur seine, in jedem Gedächtniß tragbare, und nie im Leben zu verlierende Tafel, nach der bisher gerechnet ist. Wollte man diese Tafel mit neuen Lasten beschweren, so müßte sie brechen. Den kleinen Besitz durch Nachdenken möglichst benutzen, das ist die Sorge, die uns hier geziemt. Dabey aber werden wir sichtbar an die

Grängen floßen, die wir nicht durchrechnen können ohne die Wissenschaft. Eben um dieses Gefühl ist es hier hauptsächlich zu thun. —

Man verstellte zuvörderst noch einmal, durch Zeichnungen, bewegliche Stäbe, u. d. gl., den beschleunigten Wachsthum der Tangenten und Secanten den gleichförmig fortschreitendem Winkel. — Die Tangenten von 46° , 47° , 48° , 49° , durchlaufen ohne Zweifel den Unterschied deren von 45° und von 50° . Eben so wird der Unterschied ihrer von 50° und von 55° , durchlaufen von den zwischen liegenden für 51 , 52 , 53 , 54° . Und so auch jeder der folgenden Unterschiede, die auf 6 u. 1. zwischen den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, sichtbar sind, wird in 5 Theile geschnitten werden, wenn man zwischen die dort bezeichneten Tangenten alle diejenigen einschreiben will, die dem von Grad zu Grad fortschreitenden Winkel gehören. — Werden es aber fünf gleiche Theile sein, worin jeder der Unterschiede zerfällt? Gewiß nicht. Die ersten Theile werden kleiner, die letzten größer sein. Indessen, wenn man nicht bestimmt, sondern nur im Durchschnitt angeben wollte, um wieviel die Tangenten in der oder der Graden mehr sein; dazu könnte man jeden der Unterschiede in 5 gleiche Theile eintheilen. Hier, wo wir kein Mittel haben, die Abtheilungen genau zu bestimmen

von 1000 zu 1000 von 2 Hundst. 1000, 1000
 1000 und 1000 von 2 Hundst. 1000, 1000
 1000 von 2 Hundst. 1000, n. l. m. Die für
 die von der Treppe von 1000 1000;
 die von 1000 1000; n. l. m. die von 1000
 1000; (1000 die 1000 und 1000); die
 von 1000 1000; (1000 die 1000 und
 1000); und 1000 1000; und 1000 1000
 1000; die von 1000 1000; n. l. m.

Dies und was so wichtig ist, die
 1000 von der Treppe 1000 1000. Die
 1000, die 1000 1000, die 1000 1000,
 1000 1000, die 1000 1000 1000
 1000. Die 1000 1000 die 1000 1000,
 die 1000 1000 1000, 1000, 1000
 1000 von 1000 1000 1000. Die
 1000 1000 1000 1000; 1000 1000
 1000 1000; 1000 1000; n. l. m. Die
 1000 1000 1000 1000 1000 1000,
 1000 1000 1000 1000; 1000; und die 1000
 1000 1000; 1000; die 1000 1000 1000
 1000, — die 1000 1000 1000 1000
 1000 1000, — 1000 1000 1000 1000
 1000, — 1000 1000 1000, und
 1000 1000 1000 1000 1000 1000
 1000, die 1000 1000 1000 1000
 1000.

Es ist sehr Bedrückung für ich, daß noch Mathematiker auch Verstandes in Anspruch nehmen. Da wir sehen, daß die wir nicht für brauchbar sein, dann würde man sich leicht überlegen. — Wenn nicht die großen Tische der Mathematiker Her Zusammenhang geben. Aber auch das ist über 65° hinaus nicht mehr der Fall. Und ist nicht (denn das Messenmaß, das die goldenen Tische geben von dem, was im Durchschnitt angegeben wurde, sehr viel mehr abweichen als um 1 Hundertel? Versuche man doch, die Tangenten zwischen 75° und 100° nach der vorigen Methode zu bestimmen. Wäre man, wenn man will, mehr als ein Hundertel weg; würde man oft Constanz an, um den ganzen Unterschied — der hier, nach der Tabelle, 1,01 beträgt. — in Effect ausgleiche, immer mindestens Tische zu setzen — nicht man die richtigen Zahlen heraus? Sie haben sich in folgende Tische:

75°	3.73	2.66	$\left. \begin{array}{l} 4.12 \\ 4.51 \\ 4.90 \\ 5.29 \end{array} \right\}$
76°	4.04	0.28	
77°	4.33	0.32	
78°	4.71	0.37	
79°	5.14	0.46	
80°	5.67	0.53	

Die letzten, eingeklammerten Zahlen sind die, welche nach der Angabe im Durchschnitt, gekommen wären; die man also zu berichtigen gehabt hätte. Im Durchschnitt wäre nämlich jede Differenz 0.39; man sieht an diesem Beispiel, wie die ersten drei Differenzen kleiner, die zwei letzten aber größer sind.

Das Viebrige wird hinlänglich andeuten, wie der Lehrer auf den Fortschritt solcher ungleichförmig wachsender Größen, wie die Tangenten und Secanten sind, die Aufmerksamkeit zu richten, und die Erwartung durch Versuche zu spannen habe, ehe er die Zahlen selbst giebt. (Das nämliche ist beym Vortrage mathematischer Axiomataründe, bey den Logarithmen, den Sinus und Cosinus, ic. zu beobachten.) — Auch die Bemerkung ist hinzuzufügen: daß bey aller Unregelmäßigkeit dennoch die Fortschritte der Tangenten und Secanten, durchaus nothwendig und vollkommen durch die weitere und weitere Bestimmung des Winkels bestimmt werden; daß es also gewiß eine allgemeine Regel geben müsse, welche diese Nothwendigkeit, diese Abhängigkeit der Tangenten und Secanten vom Winkel, allgemein ausdrücke. So wird man einen Begriff von der Mathematik, als der Wissenschaft solcher Regeln, hervorbringen; den manche selbst dann noch nicht haben, wenn sie mit ihrem ganzen Cursus

Erfuß der sogenannten Mathesis pura fertig
sind.

Hier folgen nun von Grad zu Grad die
Tangenten und Secanten über 65° . Es vers
steht sich, daß sie nicht zum Auswendiglern
von gegeben werden. Sie sind ein Geschenk
des Lehrers an diejenigen Schüler, die es schät
zen gelernt haben. Sie werden schriftlich aufse
bewahrt, und sind eine Vorübung im Gebrauch
mathematischer Tabellen.

Tangenten. Secanten.

66°	2,24	2,46
67°	2,35	2,56
68°	2,47	2,67
69°	2,60	2,79
70°	2,75	2,93
71°	2,90	3,07
72°	3,08	3,23
73°	3,27	3,42
74°	3,49	3,63
75°	3,73	3,86
76°	4,01	4,13
77°	4,33	4,44
78°	4,70	4,81
79°	5,14	5,24
80°	5,67	5,76
81°	6,31	6,29

Tangens

Tangenten. Secanten.

82°	7.11	7.18
83°	8.14	8.20
84°	9.51	9.56
85°	11.43	11.47
86°	14.30	14.33
87°	19.08	19.10
88°	28.63	28.65
89°	57.29	57.30

Die Berechnung der zwischenfallenden Dre-
eck ist jetzt vorbereitet. — Ein Dre-
eck folgende Winkel: 74° , 43° , folglich einen drit-
ten von 63° ; man verlangt das Verhältniß der
Seiten. — Das Dre-
eck ist spitzwinklicht, von
der dritten Klasse; den vorigen Regeln zufolge
soll man es zum Behuf der Rechnung in den ebern
Reihen und in den hintern Columnen suchen.
Man denke sich unter der dritten Reihe, eine ein-
geschoben, die links an der Grundlinie einen
Winkel von 74° haben wird. Sie geht durch
alle Columnen; unter andern trifft sie auch die
10te, wo der Winkel rechts an der Grundlinie
 40° beträgt. Dieser würde sich in 41° , und
dann in 42° , darauf in 43° verwandeln, wenn
man zwischen der 10ten und 9ten Columnen, noch
Zwischen-Columnen einschob. Der Winkel an
der Spitze gewinnt, was die andern verlieren,
und umgekehrt; hier gewinnt er 1° , und verliert

zugleich 3° , folglich verliert er in allem 2° , und wird 63° aus 65° . So ist der Ort des Dreiecks in der ersten Tabelle bestimmt. Wie der Winkel an der Spitze zerfällt werde, das zeigen die an der Grundlinie, deren jeden er zu 90° ergänzen muß. Die 63° zerfallen nämlich in 16° , um den von 74° , — und in 47° , um den von 43° zu ergänzen. Man gebraucht demnach zur Rechnung die Tangenten und Secanten von 74° und von 47° . Die von 74° sieht in der eben gegebenen Tabelle. Die von 47° zu finden, ist auch gezeigt. Zur Tangente 1 addire man 2mal 0,04 weniger 0,01; zur Secante 1,41 addire man 2mal 0,03 weniger 0,01; so ist die Tangente, 1,07; und die Secante 1,46. Die Rechnung geht dann durchaus wie vorher. Sie ergibt, daß die Seiten sich beynähe verhalten wie 1; 1,3; 1,4; oder wie 10; 13; 14. Vergleicht man die zweite Tabelle, so zeigt sich, wie diese Zahlen zwischen die dortigen fallen.

Folgende Benyfele zur Uebung kann jeder, der mit logarithmischen Rechnungen umzugehen weiß, sehr leicht nach Belieben vermehren:

Gegebene Winkel:	Verhältniß der Seiten:
$17^\circ, 93^\circ, 70^\circ$. . .	1; 3,415; 3,214
$319^\circ, 60^\circ, 1^\circ$. . .	1; 50,11; 49,62
$143^\circ, 15^\circ, 22^\circ$. . .	1; 2,325; 1,447

Die die Form des Unterrichts ist hier noch einmal allgemein zu bemerken: daß der Lehrling, wenn ihm die Winkel gegeben sind, allemal zuerst sich die ungefähre Gestalt des Dreiecks, wenn auch nur ganz roh auf der Schiefertafel entwerfen, und während dem Rechnen vor Augen behalten muß. Dies hält die Bedeutung der Zahlen gegenwärtig; und sichert vor Verwechselungen.

VIII.

Zusammenfassung des Gewonnenen. Trigonometrische Fragen.

Die Summe der geforderten elementarischen Anschauungen ist jetzt bey einander. Eine jede derselben hat auch ihre Zahl; und ist dadurch nicht nur bezeichnet, fixirt; wie in der Sprache der Gedanke durch sein Wort, jede Sache durch ihren Namen: — sondern auch ihrem Wesen nach begriffen, und der Begriff gehörig ausgedrückt. Keine Gestalt, ohne Größe, ist überall kein Gegenstand des körperlichen Sehens; nur der Zahlenbegriff erreicht die Verhältnisse der Form *). —

Vermittelte

*) Doch erreicht er nicht das eigentlich Räumliche; Distanz überhaupt; und Lage oder Winkel.

Vermittelnd aber tritt die Phantasie zwischen den Begriff und die Anschauung; ohne die Größe von der Gestalt ganz zu verbannen, macht sie sie zufällig, indem sie vergrößert und verkleinert. So ist auch hier der Uebergang von den Figuren zu den Zahlen, erleichtert durch größere und kleinere Darstellung der nämlichen Form; wozu theils Uebungen im größern und kleinern Zeichnen, theils das durch fig. 4 angedeutete Instrument, dienen. Hat also der Lehrer sein Amt wohl verwaltet, hat er seine Schüler nicht etwa in mechanisches Rechnen verfallen lassen; so muß jetzt mit jeder unserer dreyeckigen Musterformen, das Auge, die Einbildungskraft, und der Verstand, gleich vertraut, gleich befreundet seyn.

Es kommt jetzt darauf an, alles das einzelne wohl zu verbinden; die vielen Zahlbegriffe zu einem Gedankenganzen zu erheben; sie als übergehend, als fließend in einander, und das durch alle als ein einziges Continuum darzustellen. Dazu bedarf es zuerst einer aufmerksamen Betrachtung der zweiten Tabelle, und alodann einiger Uebungen, welche Veranlassung geben, diese Tabelle nach allen Richtungen zu durchsuchen und zu durchkreuzen.

Aus

Fol. Darum darf ein UMG der Anschauung seinen eigenthümlichen Unterhalt von einer bloß vermittelnden Zahlentheorie, nicht verschlen.

Aus der zweyten Tabelle sind alle Wiederholungen weggelassen. So steht jetzt links an der Spitze das gleichseitige Dreyeck allein; je weiter von dieser Spitze, desto mehr entfernt man sich von der Gleichseitigkeit. Jede Columne endigt sich in ein gleichschenklichtes Dreyeck; auch oben fangen die Columnen abwechselnd mit völlig oder beynabe gleichschenklichten Dreyecken an. Der Unterschied zwischen den untern, und den obern gleichschenklichten Triangeln liegt darin: unten ist jedesmal ein Schenkel gleich der kleinsten Seite, und darum 1; der andre Schenkel ist dann die in der Tabelle ausgelassne kleinste Seite selbst. Hingegen oben sieht man zwey gleiche Zahlen, beyde größer als 1; sie sind die Schenkel, und die ausgelassne kleinste Seite ist die Grundlinie. Also bey den untern Dreyecken ist die Grundlinie größer, bey den obern kleiner als die Schenkel.

Eben weil man sich von der Linken zur Rechten immer weiter von der Gleichseitigkeit entfernt: nehmen die Zahlen in den Reihen immer zu; sie bedeuten nämlich Seiten, die im Vergleich mit der kleinsten immer größer werden. Der Winkel rechts am Perpendikel *) öffnet sich immer

*) Wegen des Winkels vergleiche man immer die erste Tabelle. In der zweyten lauten die Zahlen für

immer weiter; dadurch wächst die rechte Seite und die Grundlinie; hingegen der Winkel links, bleibt durch jede Reihe hindurch immer derselbe, und mit ihm bleibt auch die kleinste Seite unverändert. Alle Dreiecke nämlich, die auf der zweiten Tabelle vorkommen, haben vermöge der Einrichtung der Tabellen, ihre kleinste Seite jedesmal links; die mittlere rechts; und die größte liegt als Grundlinie unten. Dies rührt daher, weil in der ersten Tabelle, wenn man die Wiederholungen abschneidet, der größte Winkel allemal in der Spitze, und der kleinste rechts liegt; wodurch die gegenüberstehenden Seiten bestimmt werden.

Eine kleine Verwirrung könnte in dem Gebrauch des Wortes: Grundlinie, bey den obern gleichschenkligten Dreiecken entstehen; man wird sie indeß durch eine Warnung leicht verhüten.

Es

für die Winkel nicht wohl so gestellt werden, daß sie die Lage derselben andeuteten. Vielmehr sind rechts neben den Reihen die Winkel bemerkt, welche, der hier gewählten Darstellung gemäß, links gedacht werden müssen. Eben finden sich die, welche rechts hin gehören. Die größern Ziffern bedeuten die Winkel an der Grundlinie; die kleinern die am Perpendikel, welche zusammen den in der Spitze geben. Man übe die Einbildungskraft, diese Zahlen gleich an ihren Ort hinzudenken,

Es liegt nämlich von den Schenkeln dort einer unten; und die kleinste Seite, welche die Grundlinie seyn sollte, wenn das Dreyeck seine gewöhnliche Lage hätte, hat ihren Platz, wie allemal, zur Linken. —

Ein wenig minder leicht, wie in den Reihen, ist der Fortschritt der Zahlen in den Columnen zu erklären. Zuvörderst sondere man die spitzwinklichten Dreyecke ab; und behalte nur die stumpfwinklichten, also das, was der Diagonale, welche durch die rechtwinklichten läuft, zur Rechten liegt. — In jeder Columnne bleibt der Winkel Rechts am Perpendikel, unverändert; der linke that sich auf, und durch ihn wächst, nebst der Grundlinie, die kleinste Seite. Aber diese ist es, mit welcher die übrigen Seiten verglichen werden. Sie ist das Maaß für dieselben. Wird nun das Maaß größer: so ist es nicht mehr eben so oft in dem Gemessenen enthalten; die Zahl, welche dieses So oft angiebt, wird kleiner. Das ist der Grund, warum die Zahlen abnehmen, wenn man in den Columnen herunter geht. Zuletzt wird die linke Seite der rechten gleich; dann ist das Dreyeck gleichschenkkicht, und die Columnne zu Ende.

In den stumpfwinklichten Dreyecken nehmen aus dem angezeigten Grunde beyde Zahlen ab. Die Grundlinie wächst zwar auch, indem die
 kleinste

Kleinste Seite zunimmt. Aber man lasse diese letzte immer größer, man lasse sie unendlich werden, — die Grundlinie wird dann auch unendlich, — und der Unterschied beyder wird, gegen sie selbst, immer unbeträchtlicher; man kann sie beynahe für gleich ansehen. Nennt man alsdann die Seite, 1, so ist auch die Grundlinie kaum mehr als 1. Hier in unsern Columnen darf nun zwar die linke Seite nicht die rechte übersteigen; indessen erklärt die eben gemachte Bemerkung einigermaßen, daß die Grundlinie, obgleich sie wächst, sich doch dem Verhältniß der Gleichheit mit der kleinsten Seite, annähert; und daß daher ihre Zahl, welche diese Annäherung des Verhältnisses ausdrücken muß, nicht größer, sondern nur kleiner werden kann.

Dies letzte nun paßt nicht auf die spitzwinklichten Dreiecke; (welche über der, durch die rechtwinklichten laufenden Diagonale zu finden sind) In ihnen sieht man die größere Zahl, welche die Grundlinie andeutet, beständig zunehmen; nur die kleinere nimmt ab. Freylich die Zahl für die rechte Seite muß abnehmen, weil die rechte Seite unverändert bleibt, während ihr Maß, die linke, kleinste Seite wächst; dies versteht sich aus dem vorigen. Aber daß die Zahl für die Grundlinie nicht eben darum auch zunehmen müsse, weil die Grundlinie selbst

zustimmt: das ist so eben gezeigt; und nun findet sich doch, daß die Zahl hier mit der Linie wächst. Das eine gilt bey den stumpfwinklichten, das andre bey den spitzen Dreyecken; aber wie kann dieser Unterschied der Dreyecke machen, daß die Grundlinie, die doch in beyden Fällen wächst, dort abnehmende, hier zunehmende Zahlen bestimmet?

Diese Schwierigkeit ist für den Mathematiker keine; er weiß aus dem Verhalten der Sinus, daß es nicht anders seyn könne. Aber hier läßt sich die Sache nicht ins Licht setzen. Sie muß bemerkt werden als eine künftige Frage an die Mathematik.

Einigermassen kann fig. 10 zur Erläuterung dienen. Man vergleiche die Dreyecke abc , und aec . Wenn die Linien ab , und ac , durch weiteres Oeffnen des Winkels, jede in die ihr zunächst liegende punctirte Linie übergeht: was folgt daraus für die Grundlinie und für die kleinste Seite? Beyde gewinnen; aber, wenn der Winkel am Perpendikel klein ist, wie bey ab , so ist der Wachsthum der kleinsten Seite unbedeutend; die Grundlinie nimmt weit stärker zu. Also gewinnt das Gemessene weit mehr als das Maas. Hingegen, wenn der Winkel am Perpendikel groß ist, wie bey ac , dann gewinnen beyde ungefähr gleich viel. — Nun kommt es noch darauf an, ob der Wachsthum der Grundlinie

Winkel im Vergleich mit ihr selber beträchtlich
 sey? Und dies hängt davon ab, wie groß sie,
 und mit ihr der Winkel auf der andern Seite
 des Perpendikels sey? Weht sie die f : so bedeu-
 tet ihr Wachsen nicht so viel, als wenn sie nur
 die e geht. Aus diesem zusammen genommenen
 sieht man soviel, daß der Winkel in der Spize,
 der die beyden am Perpendikel in sich faßt, nicht
 gar zu groß seyn darf, wenn die Grundlinie ver-
 hältnißmäßig mehr wachsen soll, als die kleinste
 Seite. Ist er größer als 90° : so sagt die zwey-
 te Tabelle, daß die kleinste Seite im Vergleich
 mit sich selbst und mit den übrigen Seiten mehr
 zunimmt, als die Grundlinie; daher dann die
 Zahl für die letzte, kleiner wird.

Noch sind die bisherigen Betrachtungen, —
 welche die Geduld nicht ermüden dürfen, weil
 sie zum Gebrauch der zweyten Tabelle nothwens-
 dig sind, — nicht genau, nicht bestimmt genug
 angestellt. Es reicht nicht hin, nur bloß zu wisse-
 sen, daß gewisse Größen wachsen oder abneh-
 men; man muß auch nachforschen, wie weit,
 wie schnell, sie fortschreiten, und hier haupt-
 sächlich ist auch der Unterschied zwischen den
 beyden Zahlen, die zu einemley Dreieck gehören,
 in Betracht zu ziehen.

Man durchlaufe die Reihen. Es zeigt sich,
 daß die Zahlen immer schneller wachsen. Dies

erklärt sich soqleich, wenn man sich die Dreyecke vorstelle, und sich erinnert, wie der Winkel rechts am Perpendicular seine Tangente und Secante immer mehr beschleunigt, je weiter er sich öffnet. Endlich ist auch klar, daß dies Wachsen gar nicht auf die Zahlen in der Tafel beschränkt ist, sondern ins Unendliche fortgeht, wenn man den Winkel noch über 85° öffnet.

Man durchlaufe die Columnen; zuerst die hintern. Noch inotter der, welche auf der Tafel die letzte ist, würde es Columnen geben, wenn man die Reihen verlängerte. Diese Columnen würden oben mit weit größern Zahlen anfangen. Schon die hintere der Tafel hat ungleich größere Zahlen als alle andre Columnen. Sie endigt sich aber mit 1, und 1,9924; durchläuft also die nämlichen Zahlen, welche auch in den andern Columnen vorkommen. Dasselbe gilt von jeder hintern Columnen in Beziehung auf die ihr vorhergehenden. Dieser Umstand macht es etwas mühsam, gegebenen Zahlen ihren Ort in der Tafel anzuweisen. Einzelne Zahlen könnte man, wenn sie nicht viel über 1 und 2 betragen, fast allenthalben hinführen. Für ein bestimmtes Dreyeck werden ihrer nun allemal zwey gegeben seyn; dann kommt es darauf an, den Ort zu finden, wohin sie beyde zugleich passen. Wären zum Beyispiel 1,6; und 2; gegeben; so
sieht

steht man die Zahl 1.6; an mehreren Orten in der Tafel, z. B. in der Reihe XIII, Columnne XV; aber dort findet sich nicht zugleich 2, sondern 2.4; also kann hier nicht der Ort für die Zahlen seyn. Wo er sey, zu finden: dazu muß man nun auch noch in den Unterschieden der Zahlen orientirt seyn, die zu einerley Dreueck gehören.

Zu diesem Behuf nehmen wir einige Standpunkte in der Tabelle, von wo aus sie sich übersehn läßt.

Man durchlaufe die Diagonale der rechtwinklichten Dreuecke, von der Rechten zur Linken, und zwar so, daß man immer eins überspringt. So findet sich zwischen den Zahlen 11.43 und 11.47 wenig Unterschied; zwischen 3.73 . . . und 3.86 . . . ist er etwas über 1 Zehntel; zwischen 2.14 . . . und 2.36 . . . etwas über 2 Zehntel; zwischen 1.42 . . . und 1.74 etwas über 3 Zehntel; und zwischen 1, und 1.41 . . . wenig über 4 Zehntel.

Man durchlaufe die Reihe IX, welche das Feld der stumpfwinklichten Dreuecke in der Mitte theilt. Hier findet sich zwischen 1.41 . . . und 1.93 . . . der Unterschied von ungefähr 3 Zehntel; zwischen 2.73 . . . und 3.34 . . . ungefähr 6 Zehntel; und zwischen 8.113 und 8.739 ist er noch nicht 7 Zehntel.

Diese

Diese Unterschiede müssen gemerkt werden.

Am Ende jeder Columnne ist der Unterschied der zusammengehörenden Zahlen sogleich sichtbar. Er beträgt genau die Decimalbrüche der untern Zahl, weil die Ganzen sich beim Abzug aufheben.

Oben in den Columnnen ist kein, oder fast kein Unterschied, er wächst aber immer, bis er die nur genannten Decimalbrüche erreicht. Dieses hat eben einzuermessen zu versetzen; dazu dienen die eben bemerkten Unterschiede; denn die meisten und größten Columnnen werden von jener Diagonale und Reihe durchschnitten. —

Die Auflösung der setzenden Fragen, — welche der Trigonometrie angehören, — wird nun hinreichend vorbereitet seyn.

Es laßt gefordert werden, aus drey Seiten von angegebener Länge, ein Dreieck zu machen. Oder von irgend einem Dreieck können die Seiten bekannt, die Winkel aber unbekannt seyn; Desgleichen können zwey Seiten, und ein Winkel, gegeben werden; alsdann ist die dritte Seite nebst den beiden übrigen Winkeln zu suchen.

Von diesen Aufgaben muß man zuerst Gestalt und Größe von einander fordern.

Sollten z. B. die Seiten 2, 3 und 4 Fuß lang seyn: so hätte gewiß das Dreieck eine bestimmte Größe. Davon weiß die zweyte Tabelle nichts;

nichts; bey ihr ist die kleinste Seite immer 1. Über man kann die 3 und 4 Fuß auch mit den 2 Fuß messen, oder untersuchen, wieviel mal diese in jenen enthalten seyen. Das geschieht, indem man 3 und 4 durch 2 dividirt. Wird die Division in Decimalbrüchen fortgesetzt, so müssen die herauskommenden Zahlen sich in der folgenden Tabelle entweder vorfinden, oder man muß ihnen wenigstens ihren Platz unter den vorräthigen Zahlen anweisen können. Denn alle Zahlen in dieser Tabelle bedeuten ja nichts anders, als wie oftmal die kleinste Seite eines Dreyecks von einer ganz willkührlicher Größe, enthalten sey — bey andern. Jenen Platz nun zu finden: das ist die Art von Auflösung dieser Fragen, welche dem ABC der Anschauung gemäß ist. Methoden, denen der Mathematik ähnlich, wären hier eben so zwecklos als unmöglich. Hier werden die Dreyecke als eine Sache der Kenntniß, nicht der Rechnung, betrachtet; und es gilt nur, sie an den Verhältnissen der Seiten so gut wie an den Winkeln zu erkennen und unter den übrigen herauszufinden. — Die verlangte Division ist hier sehr leicht.

$$\begin{array}{r} 2) 3,0 \{ 1,5 \\ \underline{2} \\ 1,0 \\ \underline{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) 4 \{ 2 \\ \underline{4} \end{array}$$

Also

Also die Zahlen 1,5 und 2 müssen in der Tabelle gesucht werden. Daß man nun nicht etwa die 2 in der Reihe VI, Columnne XII, für die gegenwärtige halten werde: versteht sich von selbst; denn dort ist die zugehörige Zahl 1,7. . . Wir haben irgendwo zu suchen, wo der Unterschied 5 Zehntel betragen kann; und so ist dort die ganze Gegend verfehlt, obgleich sich in der Nähe jener 2, links, eine Zahl 1,5098 findet, die mit unsrer 1,5 zuzutreffen scheint. — Vielmehr müssen wir uns in der Reihe XI bey den Zahlen 1,41. . . und 1,93. . . orientiren; denn diese haben den verlangten Unterschied. Wohin werden wir uns von dort aus wenden? Die Zahlen müssen wachsen; also gewiß nicht links. Gerade aufwärts und abwärts auch nicht; denn da würde der Unterschied hier zu groß und dort zu klein werden. Also rechtshin. Aber gerade fort in der Reihe, wächst der Unterschied. Schräg unterwärts ebenso. Es bleibt also nichts übrig als zur Rechten ganz wenig schräg aufzusteigen. Daß hier die Zahlen 1,41 und 1,93, indem sie zu den benachbarten wachsen, durch 1,5 und 2 hindurchgehen müssen, ist offenbar. Also zwischen den Reihen VIII und IX, und den Columnnen XII und XIII muß das Dreieck liegen. So hat es einen Winkel zwischen 50° und 45° , und einen zwischen 30° und 25° .

Das

Das Auffuchen der Richtung, wohin man sich wenden mußte, ist nur zur Uebung der Umsicht in der Tabelle, absichtlich ein wenig erschwert. Man vergleiche nur die Reihe XI mit den gleichschenkligen Dreiecken, so sieht man die Richtung, in welcher ungefähr gleiche Unterschiede zu erwarten sind. Die Decimalbrüche 5321 und 5320 in der Columnne X, zusammengekommen mit den Zahlen 1,41 und 1,93; — oder die Decimalbrüche 7320, zusammengehalten mit den letzten Zahlen der Reihe XI, deren Unterschied auch beinahe 7 Zehntel beträgt, — zeigen diese Richtung; nur die letztern ein wenig zu früh. Besonders deutlich aber wird sie durch die obern gleichschenkligen Dreiecke angegeben, wenn man diese in eine Linie zusammenfaßt. Bey ihnen ist ohne Zweifel der Unterschied gleich, denn er ist 0, oder es ist gar keiner vorhanden.

Mit Hülfe der letztern Bemerkung ist es nun nicht mehr schwer, allen durch die Seiten bestimmten Dreiecken ihren Ort in der Tafel anzuweisen; und dadurch ihre Winkel zu finden. — Es seyen die Seiten 3, 4 und 5 Fuß lang. 4 und 5 werden zuerst durch 3 dividirt,

3) 4 [1,33 ..

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 1,0 \\
 9 \\
 \hline
 10 \\
 9 \\
 \hline
 \end{array}$$

3) 5 [1,66 ..

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 \hline
 20 \\
 18 \\
 \hline
 20 \\
 18 \\
 \hline
 \end{array}$$

Unterschied: 0,33 .. Diesen zu finden, durch-
 laufe man die angegebne schräge Richtung von
 der Mitte zwischen den untern Enden der Colum-
 nen VIII und IX an. So kommt man sehr bald
 auf die Diagonale der rechtwinklichten Dreiecke.
 Auch ist das Dreieck von den gegebenen Seiten
 wirklich rechtwinklicht. Man sieht, wie seine
 Zahlen zwischen die Reihe VII und VIII in den
 Uebergang aus Col. X in Col. XI, mitten inne
 fallen. Außer dem rechten Winkel hat es daher
 noch einen zwischen 50° und 55° .

Die Seiten seyen 3, 8, 9 Fuß. 3 ist 3; und
 $\frac{8}{3}$ ist 2,666 ... Der Unterschied, wie vorhin,
 0,333 .. Man gehe in der vorigen Richtung
 weiter rechts. Die Zahlen 2,53 und 2,87 geben
 den Unterschied noch zu groß, und sie selbst sind
 zu klein; aber ein wenig weiter aufwärts kom-
 men schon zu große Zahlen. Also liegt das Dreieck
 zwischen Reihe V und VI, und Col. XIV und
 XV; und hat Winkel zwischen 65° und 60° und
 zwischen 20° und 15° .

Die

Die Seiten seien 10, 13, 14 Meilen. — Welchen oder Fuß thun hier nichts zur Sache. Die Zahlen werden 1; 1,3; 1,4. Der Unterschied 0,1. Diese findet man nahe unter der Mitte der obern gleichschenkligen Dreiecke. Die Zahlen fallen zwischen Reihe V und VI und Col. IX und X. Die Winkel sind zwischen 65° und 60° und zwischen 45° und 40° .

Seien die Zahlen 10, 19, 25; oder 1; 1,9; 2,5. Der Unterschied also 0,6. Etwas über den untersten Zahlen von Col. XI fange man an, in der bekannten Richtung aufwärts zu gehn. So kommt man auf die Zahlen 2,06 und 2,64; welche schon zu groß sind. Das Dreieck liegt zwischen Reihe IX und X und Col. XIII und XIV; und hat Winkel nahe an 45° und 20° .

Seien die Zahlen 1; 1,8; 2,6. — Unterschied 0,8. Winkel sehr nahe 30° und 15° .

Mit Hülfe des Instruments fig. 4 ist es sehr leicht sich hien zu üben.

Nach aufgediefter Aufgabe werde jedesmal das Dreieck entworfen.

Offenbar ist hier Rückgang von gegebenen Begriffen zur entsprechenden Anschauung; so wie dort, wo aus gegebenen Winkeln die Seiten berechnet wurden, Fortschritt von der Anschauung zu den Begriffen statt fand.

Will man nun noch unmittelbarer, noch mehr gleichzeitig die Anschauung mit dem Begriff verbinden: so läßt sich dazu die zweite der vorhin genannten Aufgaben benutzen, welche zwei Seiten *) nebst einem Winkel, also das Dreieck theils durch Begriff, theils durch Anschauung, aber durch beides nur unvollständig giebt, und die vollständige Bestimmung daraus suchen läßt. Sondern würde diese Aufgabe bloß aus der Tabelle, oder durch Rechnung sich nur mit Schwierigkeit auflösen lassen. Hier darf man Übung im Zeichnen und eine schon etwas vertraute Bekanntschaft mit der zweiten Tabelle voraussetzen; und so läßt sich folgender Weg einschlagen:

Ein Dreieck, worin ein Winkel gegeben ist, kann immer ziemlich genau gezeichnet werden. Ist dies geschehn: so wird schon an der Gestalt, die Gegend in der zweiten Tabelle, wohin es gehört, einigermaßen erkannt werden. Nun nehme man noch den gegebenen Winkel zur Hülfe, der in dieser Gegend der Tabelle doch nur in einer Linie, (Columnne, Reihe, oder Diagonale

*) Man halte die gegebenen Seiten nicht für gegebene Anschauung; wenigstens nicht in Absicht auf die Gestalt; und mit dieser, nicht mit der Größe, haben wir hier zu thun. Die Seiten geben uns nur ihr Verhältniß, und dies ist Begriff.

nale,) vorkommen kann; — man vergleiche auch das Verhältniß der gegebenen Seiten mit den Zahlen in der Tafel; so wird daraus der eigentliche Ort des Dreiecks ziemlich genau bestimmt werden können. Da diese Übung, Zeichnen erfordert: so lassen sich hier nicht wohl Beispiele davon geben. Sie ist nur für die Fähigkeitern, und es wird darum soviel eher erlaubt seyn, sich hier weiterer Auseinandersetzungen zu enthalten.

Man würde vielleicht wünschen, daß die Bestimmungen der Dreiecke durch die Seiten, weniger schwankend seyn möchten. Es käme auf größere Vollständigkeit der Tabelle an; und in der That ließe sich eine ziemlich leichte Methode geben, Mittelglieder in sie einzuschieben. Wäre es erlaubt, den Plan des ABC der Anschauung über das Nothwendige auszudehnen, — wolle man z. B. die Einbildungskraft auch im Vorstellen Körperlicher Räume üben: — so würden die gegenwärtigen Elementarübungen sich sehr leicht bis zum Doppelten vermehren können. Aber bey der geringen Meinung, welche die Pädagogen von den Fähigkeiten der Kinder gewöhnlich hegen, erscheint vielleicht schon das Bisherige Vielen zu schwer und zu lang; — und auf jeden Fall wird es bescheidener seyn, hier abzubrechen.

Dritter Abschnitt.

Gebrauch des AVE der Anschauung.

Wer so gefällig gewesen ist, bis zum Ende des vorhergehenden Abschnittes aufmerksam nachzufolgen, der wird, wenn er sich noch nicht verwerfend entschieden hat, wenigstens dem Verfasser nicht erlauben wollen, sich hier schon völlig zu verabschieden. Denn, — abgesehen von allen, vielleicht angemessenen, vielleicht selbst wesentlichen, Erweiterungen, welche der Kreis jener Vorübungen etwa erhalten könnte: — so ist doch noch übrig, denselben einzufügen, einzupassen in die übrigen Theile des Unterrichts. Sein Nutzen muß sichtbar werden, — eine bestimmte Angabe muß das Verfahren zeigen, wodurch derselbe gewonnen werden kann; wenn nicht überall dieser Nutzen eine Chimäre scheinen soll, wenn nicht jene vorgeschlagenen Übungen auf die verhasste Liste der thörichten Lustprojecte gesetzt seyn wollen. Sie würden gewiß nichts besseres seyn, — würden, wie so mancher Unterricht, so manche Lectüre, die man, nicht eins

geleitet,

geleitet, nicht fortgeleitet, auf gut Glück in die Mitte der Studien hineinwirft, kaum die unerspreuliche Spur einer vergeblichen Bemühung im Gedächtniß zurücklassen; — wenn die rohe Baare nun ohne alle weitere Verarbeitung, sich selbst überlassen bleiben sollte.

Wie wenig jene dürftigen Grundformen, für sich allein, zur Verbesserung des Anschauens wirken würden, ist leicht zu denken. Nun wurde zwar schon im Anfange des ersten Abschnitts bemerkt, wie sich dieselben in jeder noch so zusammengesetzten Gestalt, als Bestandtheile vorfinden; und wie die Articulation der Gestalten durch sie erleichtert werden könnte. Die Anwendung des ABC der Anschauung ist dort in der That, dem allgemeinen Begriffe nach, schon angegeben; aber auch nur dem Begriffe nach, nur in so fern in der dortigen Untersuchung dieser Begriff ein Glied der Gedankenreihe ausmachte, welche zur Auffindung der Materialien des ABC der Anschauung diente. Soll aber ein Begriff in die Wirklichkeit eingeführt werden, soll er daselbst als eine Kraft mit andern Kräften in Verbindung und in Conflict treten: so fragt sich sogleich, wie man dieser Kraft ein so beträchtliches Maaß von Stärke verschaffen könne, als sie bedarf? Es fragt sich ferner, in welchem Verein mit andern Kräften man sie setze

zen, wie man diesen Faden wieder in neue Verbindungen einführen müsse, wie weit man diesen Faden seiner Bemühungen fortzuspinnen habe, und wo man ihn, als einen, nun fertigen, Hauptfaden für das ganze Gewebe, abschneiden dürfe?

Das Anschauen, diese unentbehrliche, diese best feste, breiteste Brücke zwischen Mensch und Natur, — verdient gewiß, so fern es nur irgend einer Kultur durch Kunst fähig ist, daß ihm ein Hauptfaden des pädagogischen Bemühens gewidmet werde. Wo dieser Faden anfangen, ist gezeigt; seine fernere Richtung gleichfalls. Er würde nun, wenn man nicht genauer überlegte, etwa dem Zeichenmeister in die Hände fallen; dieser könnte sich jener Musterdrehecke bedienen, um, — ein wenig bequemer und sauberer, als mit den verunstaltenden Negen, Parallelstreichen, u. d. gl., — die Genauigkeit der Copieen durch die, am Original bemerkte Lage gewisser Hauptpunkte, zu sichern. Ein so kleiner Vortheil wäre des Aufwands der Zeit und Mühe schwerlich werth, den die Anfangsgaründe kosteten! Aber auch, wie wenig wäre das durch die große Idee: Bildung der Anschauung, erreicht! Diese hat die Natur selbst zum Gegenstande; — wie tief muß jede Zeichenübung sich hier subordiniren! Es wäre der höchste Stolz
des

des Zeichenmeisters sowohl als des Lehrers des ABC der Anschauung, wenn sich beyde vereinigen könnten, um der Auffassung der Natur die verlangte Schärfe und Leichtigkeit anzubilden.

Unmittelbar können sie indessen die Hand einander noch nicht reichen. Es wäre ein ungeheurer Sprung von den einfachen Dreyecken des einen, bis zu den höchst zusammengesetzten Combinationen dieser Dreyecke, die der andre fordern würde. Ueberdas würde der Künstler sie nur als erste Hülfsmittel, als Grundanfänge der Gestaltung dulden; er würde verlangen, daß die Aufmerksamkeit zwar von ihnen ausgehn, aber von da aus sich zu den wirklichen Umriffen, zu dem Runden, Fließenden, — zum Schönen hinwenden, und darüber das Eckige und Schwarze nun vergessen solle. Die Lehrlinge hingegen, denen die Verbindungen der Dreyecke noch zu thun machten, würden hieran festkleben. — wenn man es ihnen nicht vorher mählich machte, dies, als etwas völlig Fertiges und Ueberstandnes, hinter sich zu werfen.

Zwischen den einfachen Dreyecken, und den zusammengesetzten Formen, welche Kunst und Natur dem Auge darbieten, muß demnach ohne Zweifel ein Uebergang gebahnt werden.

Da könnte man denn durch Hinzufügung und allmähliche Verrückung eines vierten Puncts zu

dreyen vorher gegebenen, eine Reihe von vierseitigen Musterformen bilden, — man könnte von da zu fünffseitigen, Sechseckigen, Figuren übergeln, und sic, jenen dreyseitigen analog, durch Zeichnen und Rechnen geläufig machen wollen. — Aber zeigt sich nicht sogleich, in welche unendliche Weitläufigkeit dies verwickeln, welche widrige Verlängerung dadurch den Verdünnungen zuwachsen würde?

Bedürfte es so vieler Umstände, so ließe die ganze Sache Gefahr, bey allen zugestandnen Nutzen doch der Kosten wegen für unthunlich erklärt zu werden.

Aber es ist auch nicht der geringste besondrer Aufwand an Zeit und Mühe mehr nöthig; im Gegentheil, es ist Zeit-Ersparung zu hoffen.

Unter den unentbehrlichen und allgemeyn eingeführten Studien des Knabenalters findet sich eins, das — vielleicht darf man sagen, auf jene Musterwerke gewartet hat, das ohne sie seine Bestimmung nicht erreichen kann; und das rückwärts ihnen der Gegendienst vollkommen leistet, alle ihre mehr oder minder zusammengesetzten Combinationen, — schon vergrößert und verkleinert, — dem Auge darzustellen, von der Einbildungskraft zurückzufordern, und dadurch beyden geläufig zu machen.

Die Geographie, was hat sie zur Absicht? Will sie etwa gewisse Namen von Provinzen und Städten, vertheilen auf andre Namen von Ländern und Welttheilen? Wozu braucht man denn Landcharten? Ohne Zweifel um doch irgend ein, wenn auch noch so confuses, Bild von den gegenseitigen Lage dieser Dinge zu geben. Aber, erreicht denn die Landcharte ihren Zweck, wenn dies Bild confus bleibt? Was wollen jene Cassparischen Charten mit Städten ohne Namen? Was wollen die Pädagogon, die sogar die ganzen Charten von den Knaben abzeichnen und abmalen lassen? — Die ganze Charte ist es freylich nicht, was sich der Einbildungskraft gleichförmig ausdrücken soll, wenn sie es durch diese Spielereien auch könnte. Aber, in dem Maße ihrer großen oder geringern Wichtigkeit, sollen einzelne Punkte, einzelne Städte, Vorgebirge, Quellen und Mündungen von Flüssen, (nicht so sehr die stets veränderlichen Gränzen der Länder und Provinzen,) in ihrer gegenseitigen Lage so bestimmt als möglich der Einbildungskraft gegenwärtig seyn. Schnell und sicher soll in Gedanken ein ganzer Welttheil durchlaufen werden können. Aber diese Gedankenreise eilt von Hauptstadt, zu Hauptstadt, von einem Hafen zum andern, — sie darf unterwegs bey Kleinigkeiten nicht mehr aufgehalten werden, als in so fern sie hier oder

N 5

da

da zu vermellen besondern Antrieb findet. Also das minder Bedeutende muß nur als zwischen liegend, als enthalten in der Gegend gedacht werden, die durch merkwürdigere Punkte vorher bestimmt ist. Die letztern müssen herausgehoben, müssen vom Uebrigen abgesondert, und nur untereinander, wie entfernt sie auch liegen mögen, verbunden aufgefaßt werden. Unmittelbar, ohne allmähliges Umherschleichen durch das Zwischensliegende, müssen sie ihrer Lage nach deutlich vorge stellt werden können.

Dies führt geradezu auf Dreyecke. Es setzt bestimmt jene Vorübungen voraus. Denn nicht mehr noch minder als drey Punkte stehen in einem einfachen und unmittelbaren Verhältniß gegenseitiger Lage; und es kommt nun darauf an, ob der Lehrling fähig ist, drey beliebige Orte auf der Landkarte, abgesondert zu fixiren, und deren Lage von jeder möglichen andern Lage zu unterscheiden? Ob der Lehrer ein Mittel hat, zu erforschen, wie gut oder schlecht dies Fixiren, dies Unterscheiden, vollbracht sey? Ob einer dem andern seine Anschauung mittheilen, prüfen, berichtigen kann? Ob beyde sich in der ganzen möglichen Mannigfaltigkeit dreyeckiger Formen genug zu orientiren wissen, um dem vorliegenden Dreyeck seinen Platz auf diesem weiten Felde bestimmt anzuweisen

zuweisen; — denn dies und nichts anders bedeutet das verlangte Unterscheiden. —

Bei jeder neuen Landcharte, die der Lehrer vorlegt, fange er damit an, die drei wichtigsten Orte auf derselben zu nennen, und zu zeigen. Sie werden ein Dreieck bilden. Dies wird in eine von den, im zwenten Abschnitt Nummer VI, unterschiedenen vier Klassen fallen. In welche? Das sey die erste Frage. Dann müssen die Columnen und Reihen angegeben werden, zwischen welche es auf den Tabellen einzuschieben sey. Das den können für Ungerübte das Instrument fig. 2 und die vorhin entworfne Figurentabelle zu Hülfe genommen werden. — Endlich lasse man mit des Dreiecks kleinster Seite das Meilenmaaß vergleichen, und nach dem Augenmaaße schätzen, wieviel Meilen sie betrage? Die beyden andern Seiten ergeben sich, wenn man nur die eben gefundene Zahl von Meilen, mit den, dem Dreiecke zugehörigen Zahlen der zwenten Tabelle, multiplicirt. — Es versteht sich, daß hier keine große Genauigkeit verlangt wird. — Macht dies noch Schwierigkeit; so sey für diese Landcharte dies ein Dreieck genug. Sobald aber die Uebung wächst, (und sie wird schon wachsen, denn das geographische Studium dauert lange aevum.) so nehme man zu denen noch einen vierten merkwürdigen Punct derselben Charte, und behandle wenigstens

nißens eins von den dreien dadurch entstehens den neuen Dreiecken auf die nämliche Art. Späterhin kann man einen fünften, sechsten, immer mehrere Punkte hinzufügen; man kann die so entstandnen vier-, fünf- oder mehrseitigen Figuren ihrer Aehnlichkeit oder Verschiedenheit nach mit einander vergleichen; man kann den so wichtigen Zusammenhang verschiedener Landkarten dadurch deutlich machen; man kann das Gewebe der Dreiecke an die Bestimmungen der Länge und Breite anknüpfen; — und man wird durch dies alles den Fortgang des geographischen Studiums nicht nur nicht aufhalten, sondern dessen Erfolg beträchtlich beschleunigen *).

Nur ganz leise und sanft sey bey dieser Anwendung des ABC der Anschauung auf die Geographie, das Benehmen des Lehrers gegen die Zöglinge. Rascher Eifer gehöret eher für die Nummern III. V. und VI des zweiten Abschnitts; dort gilt es, dreist, behende, und beharrlich, bald ermunternd, bald imponirend, über die Schwies

- *) Uebrigens wird wol Niemand um der Pestalozzischen Methode willen, wie solche in der Schrift; Wie Gertrud ihre Kinder lehrt, für die Geographie angegeben ist, — die vortreffliche Gaeyparische verlassen wollen. Aber mit der letztern werden sich die Vortheile, welche das ABC der Anschauung gewährt, sehr leicht verbinden lassen,

Schwierigkeiten der nothwendigen Vorkenntnisse hinwegzuführen. Hier kommt es mehr darauf an, die Dreiecke beliebt zu machen, um bald freye und selbstthätige Anwendungen derselben hervorzulocken. Auch werden sie in der Geographie, wo sie, als schon bekannt, das Leichteste sind, eben darum von selbst willkommene Ruhepunkte werden; der ermüdende Lehrling wird sie suchen, und gern bey ihnen verweilen. —

Je glücklicher die jugendliche Phantasie in den Landkarten die Repräsentanten der Erdoberfläche erkannt hat; desto leichter und ungezwungener werden sich nun unsre Dreiecke zum gestirnten Himmel erheben. Seine strahlenden Punkte sind noch offener als die Städte der Landkarte, dazu geeignet, durch die Hilfe jener Vorübungen, und nur dadurch unverwirrt, aufgefaßt zu werden. Hier vermandle sich vollends alle Führung in Begleitung. Gelegentlich mag man die Sternbilder benennen; doch sey es dem Knaben unverwehrt, sich selbst Thiere, Städte, Grundrisse, Charten, am Himmel zu zeichnen.

Ob durch diese Anwendungen das Auge mit den Combinationen der Dreiecke hinlänglich vertraut gemacht werde: darüber ist wol kaum ein Zweifel möglich. Das Auge, indem es auf einer Landkarte, oder am Himmel verweilt, kann schon bey dem bloßen Gedanken an Dreiecke über-

haupt,

haupt, fast nicht möglich, hier eine Menge (so gleich vor sich zu sehen; da es nur darauf ankommt, die Gleichförmigkeit des Lebens nachzuweisen, und aus allen den vorliegenden Thatsachen einige herauszufindern. Das vollständige Uebersehen jenes Verstandes, Uebersehen, nicht sehen, — das Denken und Wissen, Zusammenfassen und Leisten, Denken und Handeln; Denken und andere (halten und halten mit dem geschehenen Stoffe, — gerade dieses ist ganz die Sache der Kinder, es ist der natürliche Gang, den ihre Betrachtungen überhaupt nehmen. Und so kann man sagen: es kommt bei dem Uebersehen überhaupt nur darauf an, den Kindern die Darstellung von einem Körper im allgemeinen geläufig zu machen, so kann auf die möglichste Verschiedenheit der Körper hingewiesen, und endlich ihrem Uebersehen noch Wege zu bahnen, an denen fast regelmäßig gebildete Figuren und Ähnliches, nur hauptsächlich unregelmäßige Punkte vorfinden und sich richtig machen; und diesen werden sie sich selbst Körperliche (ähnliche, samt allen daraus möglichen Combinationen. Also so die unsern Vorstellungen des (ähnlichen Zustandes, den Uebersehen ihrer ganz neuen Verhältnisse kann und soll: daß, noch in einer Schule, die Hälfte der Kinder, fast zu finden und zu machen, gebasteltes (ist, und das (Hochstehende

Jauchzen, — die Lagen, die Klagen, die Thren,
 die es enthält, in ihrer Ordnung und Zusammenhang
 stehend, — ja auch die Verleidenungen durch
 Ordnung, wenn diese Verleidenungen im Jauch-
 zen bestehen, — die eben Verleidenung heißen zu
 können.

Das ist, was, wenn es schwierig ist, wichtig
 enthält der Einbildungskraft besteht, welches
 ganz auf der Befähigung. Das Erklären, was
 dieser letztere aufstellt, legt jene die Hesperische
 Welt zu erkennen. Darum ist Kultur der Befähigung
 aus der es notwendigste Vorbereitung für alle jene
 Bestimmung; — alle die Berge, Wundlinge, —
 Menschen, Geschlechter, Jünglinge, — Frauen,
 Mädchen, Mädchen, — und überhaupt alle
 die Menschen, wenn es beständige Befähigung
 Hesperische Bestimmung gelassen ist. Es wird
 notwendigste ist diese Vorbereitung, weil das der
 beständige Befähigung der, durch jene Namen der
 geordneten Klagen und Wundlinge, die Operation
 Name der Einbildungskraft befestigt sich, was
 beständige vorbereiten, nicht hat, wenn die
 Befähigung beständig wird; daher die Klagen,
 die Wundlinge, welche in diese Operationen
 einfließen, die tief werden, — der letztere
 nicht beginnt, was es dem Erklärer ist, — und
 die auf das die Name (Klagen) Bestimmung und sich

weist, daß wegen der Unbeholfenheit im Imaginiren körperlicher Bilder.

Diese Bemerkung steht hier, theils, um eine Aussicht in die Weite zu gewähren, durch welche hin das Bild der Anschauung seine Wirkung zu erstrecken wünscht; theils, um die Nothwendigkeit eines systematischen Fandes fühlbar zu machen, welches die Lehrer in verschiedenen, und übereinstimmend ganz betrogenen Fächern, umschlingen muß, wenn der Stamm so vieler Fertigkeiten: Bildung des Anschauens, in dem Geiste des Lehrlings gesät und erzogen werden soll. Schon haben wir den Hauptzweig der Heilung müssen; aber auch des Zeichnens können wir nicht entbehren, eben darum weil die Uebung, das Converge als sich zu sehen, einen Hauptzweig des Stammes ausdehnt; und überdies, weil zuerst die Zeichnung ausbilden muß, um nachher die körperlichen Bilder richtig und geläufig zusammen zu setzen. In Vorlesung des letztern Wante man beachten, daß eigentlich nie ein, im körperlichen Sinne construiertes, Object, verstanden, imaginirt wird sey, wenn nicht die Einbildungskraft auch ihre perspectivische Projection desselben mit größter Leichtigkeit sich harrstellen wiß. Doch dies auszuführen wäre hier zu weitläufig. —

Der Lehrer der Zeichnung könnte nun, ungeachtet wie der Lehrer der Geographie, aus dem

zum Copiren vorgelegten Kupferstich einige hervorstechende Punkte heraus heben, ihre Lage zuoberst durch Triangel bestimmen, und weiter durch Hölzle andere Triangel das Zwischenliegende oder Umgebende ihnen anfügen lassen. Dann hätte er das GHE der Anschauung in seinen Dienst genommen; nicht aber durch seine Dienste unser Zweck beibehert. Ob sein Schüler eine Copie copiren lernt, interessiert uns gar nicht. Wir wünschten ihm vielmehr, er möchte einer so traurigen Nothhülfe zur Erleichterung für seinen Lehrling, gar nicht bedürfen; er möchte die milde Frage, ob der letztere den Kupferstich auch wirklich als eine Abbildung und einen Stellvertreter wahrer Natur, anerkenne und verstehe? — und dies ist doch hoffentlich die Meinung des Meisters? — lieber ganz umgehen können: möchte Mittel haben, vermöge deren er den Schüler mit Erfolg sogleich zum Zeichnen nach der Natur anleiten könnte. So würden wir auch zu unserm Zwecke kommen. Denn was der Lehrer hier verlangen würde, das wäre gerade, perspectivisch richtig das Converge auf die Fläche zu zeichnen; und nachher wieder diese Fläche so zu schattiren, daß sie sich in den körperlichen Raum, den die Natur selbst einnimmt, zu verwandeln schiene.

Vielleicht bedarf es nur eines kleinen Kunstgriffs, um der Zeichnung zur perspectivischen

Nichtigkeit zu verheissen; nur setzen wir dabei voraus, der Lehrer wolle unserm ABC sich anschließen. Um dies zu thun: darf er nicht wohl mit Abbildungen organisirter Wesen, den Anfang machen; denn an diesen ist alles zu rund, zu weich; es lassen sich nicht leicht feste Punkte aufgreifen, aber die sich Lehrer und Schüler mit Gewißheit verstreichen könnten. Hingegen in Landschaften kommt des Zugespißten, des Eckigen, genug vor; hier ist alles mehr zufällig hingestreut, und erinnert noch an die Landschaft sammt ihren Dreyeckern.

Damit sich nun die in der Landschaft hervorstechenden Punkte, in flache Triangel zusammenordnen: kommt es nur darauf an, daß ein paar Linien vor der Landschaft schweben, in welche der gleichen Punkte fallen; und daß diese Linien in einer Ebene seyen, welche auf der Axe des Auges senkrecht stehe. Dazu wird sich Rath schaffen lassen. In einem Stabe sey etwa eine Rinne, worin das Ende eines andern Stabes, der mit jenem einen rechten Winkel macht, auf und ab geschoben werden kann. Diese höchst einfache Maschine nehme man mit ins Freye, stelle den ersten, unten zugespitzten, Stab, vermittelst eines Bleis lothe senkrecht in die Erde, so daß der Lehrling, welcher davor, aber in einiger Entfernung, steht, gerade an der Gänze dieses Stabes ein paar Haupt-

Haupt-Puncte aus der Landschaft erblicke; dann schiebe man den andern so, daß durch ihn ein dritter Punct berührt werde, und jetzt merke der Lehrling auf das entstehende Dreieck. Hoffentlich wird es nicht mehr nöthig seyn, jetzt noch von Columnen und Reihen zu reden. Eben so wenig braucht das Dreieck gleich aufs Papier hingezichnet zu werden; (im Nothfall würde man höchstens erlauben, die Endpuncte anzudeuten, niemals aber, durch die Seiten des Triangels den Anblick zu verderben.) Aber auf ähnliche Weise wie vorhin, werde die ganze Landschaft durchmustert, bis der Lehrling sich getraut, ohne alles Hülfsmittel in einem Entwurf, der das Werk einiger Minuten seyn muß, die Hauptpuncte oder Striche anzugeben. Diesen corrigire der Lehrer auf der Stelle; und damit sey vorläufig die ganze Übung geendigt: nur müssen ihr viele ähnliche bald hinter einander (wenigstens alle Tage eine,) nachfolgen. Es kommt hier bloß darauf an, Schauen zu lernen, — die Möglichkeit und die Art und Weise, wie die Natur in einer Fläche dargestellt werden könne, völlig zu begreifen und sich durch eigene That zu beweisen; dies muß mit raschem Ernst und ohne alle fremde Vermischung betrieben werden.

Vielleicht genügt es dem Lehrling, nur vor einem Stabe, — oder selbst nur vor einem Baum,

er, — eine Zeitlang das Auge hin und her zu bewegen. — So werden ihm nach einander alle Punkte der Landschaft an die Gränze des Stabes, also in eine Fläche fallen, nur daß diese Fläche nicht gleichzeitig gesehen wird, und sich kein Dreypack wirklich darstellen kann. —

Ist es auf solche Weise gelungen, Augenmaaß für die freie Natur zu gewinnen: dann wird weder der Lehrer noch Schüler länger an die Landschaft gebunden seyn. — Nicht mehr unmittelbar auf das ABC der Anschauung, aber auf das mit seiner Hilfe erlangte perspectivische Augenmaaß. — Das nun schon nicht mehr nöthig hat, sich gleichsam auf Dreypäßen zu isoliren, — können sich Versuche anstellen, dem Gips-Abguss oder dem Marmor, die Umrisse des Menschen zu entlocken. — Der Lehrer mache den Anfang; er zeichne in Gegenwart des Schülers nach einer Büste. Die so entstandne Copie wird gewiß ihr Original repräsentiren; Fläche und Körper werden einander wechselseitig anlegen; der Zeichner wird ihre gegenseitige Beziehung ergreifen, und leicht einen Umriss nachversuchen. Hat das Auge sich wohl unterrichtet, so wird bald die Hand gehorchen müssen. —

Es ist nicht nöthig, noch vieles hinzuzusetzen. Der wahrhafte Künstler sorgt ohne Erinnerung, daß mit der fixirenden Anschauung — die uns
hier

hier allein beschäftigt, — sich früh auch die ästhetische verbinde. Er wird jetzt die harten Dreys ecke gleichsam zudecken; er wird den Jüdling reizen, durch die sanftesten Biegungen, durch die mildeste Verflüssung von Krümmung in Krümmung, die, der Einbildungskraft noch vor schwwebenden Musterformen, dem eignen Auge zu verstrecken, sie wie in ein absichtliches Vergessen zu begraben. So werden sie, wie sie sollen, das wohlumhüllte, aber noch immer schäbaliende und tragende Knochengebäude aller Zeichnung werden. — Junge Leute von Anlage, wird der Künstler, nach so vielen Uebungen der fixirenden Anschauung, dahin bringen, daß sie aus beobachteter Bewegung eines Thiers oder eines Menschen, den schönsten Moment, die vortheilhafteste Stellung, herausheben, und dem Papier zur Aufbewahrung überliefern.

Hier ist der Ort, eines episodischen Beytrags zu erwähnen, den uns ein anderer Unterricht um die Zeit der Zeichenübungen entweder schon geliefert hat, oder bald liefern wird. Es ist die Mineralogie, sofern sie die fossilen nach den äußerlichen Kennzeichen beurtheilt. Schwerlich giebt es eine andre gleich günstige Gelegenheit, das Auge auch für die kleinsten Verschiedenheiten der Textur, des Glanzes, der Farbe, zu schärfen,

und damit zugleich so manche andre sinnliche Wahrnehmung zu verbinden. Das NOE der Anschauung braucht sich indessen hier keine besondern Rücksichten zu erheben; die Einheit des Resultats wird beim Lehrling von selbst erfolgen.

Der vorhin gemachten Bemerkung zufolge, sollte jetzt vom Imaginiren körperlicher Räume die Rede seyn. — Gehälf und Zimmerwerk an Gebäuden allerley Art, weil es geradlinichte Formen darstellt, würde hier ähnliche Dienste leisten, wie den der Flächenanschauung die Landkarte. Dann ginge man zu Maschinen über; zeigte sie erst in Ruhe, darnach in Bewegung. — Mit sphärischen Formen würde die fernere Betrachtung des gestirnten Himmels vertraut machen, der auch erst mit ihrer Hülfe einem weitern Ueberblick zugänglich wird; denn die ebenen Dreiecke taugen nur für kleinere Parthien des Himmels, welche dem Auge für flach gelten können. Jetzt erst würden die Vorkenntnisse von mathematischer Geographie, welche dieser Wissenschaft gewöhnlich an die Spitze gesetzt werden, ihre völlige Deutlichkeit erhalten; — man weiß nur zu gut, wie mangelhaft die Kinder sie gemeinlich begreifen. — Bey der Naturgeschichte würde die fixirnde Anschauung ihre Studien

Studien beschließen. Nicht eigentlich Studiren würde sie besonders an Skeletten. In den innern Höhlungen derselben würde sie den Platz für die mancherley Organe, welche darin neben einander geordnet sind, nicht nur als Platz überhaupt, sondern als einen so und so bestimmten geometrischen Körper beobachten. Mit nebenstehenden lebenden Wesen würde sie die Skelete vergleichen, um sich die Bedeckung der Knochen durch Fleisch und Muskeln so genau, wie es je der Bildhauer und Mahler bedarf, deutlich zu machen. An mehreren Skeleten von mehreren Thierarten würde sie die verschiedenen Modificationen eines und desselben allgemeinen thierischen Baues, nicht nur als Verschiedenheiten überhaupt, sondern als solche und so große Verschiedenheiten, zu bemerken wissen. — Es ist bekannt, daß die Naturgeschichte, so lange sie ihre Gegenstände nur an äußern Merkmalen unterscheidet, dieselben bloß als zufällige Erscheinungen, — erst indem sie der Organisation, und deren Bestimmung nachspürt, die Pflanzen als Pflanzen und die Thiere als Thiere, — und nur erst wenn sie ganze Geschlechter und Klassen auf eine gemeinschaftliche Ur-Idee, als verschiedene Ausdrücke derselben, bezieht, die Natur wirklich als Natur, das heißt, als Erzeugerin nach Begriffen, darstellt! Aber es ist eben so gewiß, daß, um die

D 5

Natur

Natur so zu verstehen, — um ihr zu diesem Werth
 sehen nur die nöthige Zeit und Aufmerksamkeit
 widmen zu können, schon durch die bloße An-
 schauung weit mehr bestimmte Kenntniß des-
 sen, was die Natur unmittelbar giebt, — und
 weit mehr vertrauliche Gewöhnung des Men-
 schen an die Natur, geküßt seyn muß, — als
 durch flüchtiges Vorzeigen und Obenhin-Anblicken
 von allerley Kapseln und Naturalien, je gewon-
 nen werden kann. Auch zeigt es sich hier wie-
 der, daß der Lehrer, wenigstens im Nothfall,
 ein Mittel haben muß, die Anschauung zu schär-
 fer Aufmerksamkeit zu nöthigen; er muß gewisse
 bestimmte Angaben von ihr fordern, und ihre
 Fehler ihr nachweisen können. — Indessen, bey
 dem Schüler, der alle vorher angezeigten Uebun-
 gen durchlaufen hätte, — und den übrigen nicht
 ganz geschmacklosem Unterricht, — würde ein
 solcher Nothfall nur sehr selten eintreten; — wie
 denn freylich die Betrachtung der äußern und in-
 nern thierischen Formen, welche sich so weit von
 mathematischer Regelmäßigkeit entfernen, kein
 Ende finden würde: wenn jetzt nicht, auch ohne
 Aufruf des Lehrers, die, schon geübte, zer-
 streute Aufmerksamkeit, sich von selbst, bis zu den
 Elementarformen hinab, in den Abgrund eintauch-
 te, um, wieder hervorsteigend, die Energie und
 den Reichthum aller der mitgeachteten einfacheren

Auffassungen, in den Schatz der Total-Anschauung zu concentriren.

Nach so abgemessenem Fortschritt durch einen so weiten Cyclus von mancherley Uebungen, — deren jede, auch einzeln genommen, schon ihren eigenthümlichen Werth hat, — dürfte man wohl hoffen, Geläufigkeit mit Genauigkeit vermählt zu haben. Sollte jemand glauben, das Auge werde durch unsre Uebungen ein schülermäßiges Zögern, eine ängstliche Ungewißheit annehmen; so wäre dies soviel mehr darum eine eitle Furcht, weil ja der tägliche, gemeine, Gebrauch des Auges dabei beständig fortdauert, und von jener künstlichen Bildung gerade nur in so fern etwas annimmt, als es ihm bequem und behäfflich ist. Freilich muß man die Kinder rasch und munter erhalten, damit sie nicht bloß in der Schule das Gesicht üben; dessen, was sie mit freyer Lust schauen, muß unendlich mehr seyn, als dessen, was das Hornblättchen und das hölzerne Dreieck ihnen aufbringen. Aber diese Gesetze jeder erträglichen Erziehung verstehen sich durchaus von selbst, denn jeder Unterricht, auch der vorzüglichste, wird verderblich, so bald die physische Kraft der Kinder nicht gegen ihn im Gleichgewichte gehalten wird.

Auch der nöthigen Vollständigkeit würde sich jener Cyclus schmeicheln können. Auf noch
 unde

unbekannte Schwierigkeiten in irgend einem Gebrauche des Auges, oder der, dasselbe vertretens den Imagination, zu stoßen, hätte wohl keiner zu fürchten, der schon in Maschinen, am Himmel, und im Innern der Thiere, orientirt wäre. Vielmehr würde ein solcher nicht nur einer mächtigen Auffassungskraft, sondern, bey einiger eignen Regsamkeit des Geistes, auch einer höchst brauchbaren mechanischen Erfindungskraft sich bewußt seyn. Weit entfernt, in den Schulen des Geometers, des Baukünstlers, des Physiologen, — in irgend einer Werkstatt von höherer oder niedriger Art, — durch die Mannigfaltigkeit der Gegenstände verwirrt zu werden, würde er vielmehr so vielfältige Belehrungen, die ihm hier entgegenströmten, mit Selbstthätigkeit sich zuzueignen und fortzuführen; — er würde mit Kopf und Hand zuzugreifen wissen, wenn für das Geschick der Hände in den frühern Jahren auch nur ein wenig gesorgt wäre, — eine Sorge, die gewiß denen, welche ein ATE der Anschauung interessieren kann, nicht besonders empfohlen zu werden braucht. —

Und so könnte dieser Hauptfaden des Unterrichts jetzt als fertig aus der Hand gelegt, es könnte einer allgemeinen Pädagogik überlassen werden, über ihn und seine Verwebung mit dem Ganzen, das Weitere zu verfügen: — wenn nur nicht

nicht in den Elementarübungen eine Lücke gelassen wäre, welche alles das, was mit dem Imaginiren körperlicher Räume zusammenhängt, seiner nothwendigen Grundlage beraubt. Einer ähnlichen Vorbereitung nämlich, wie die flachen Musterdreiecke — zwar erstlich für alle Anschauung überhaupt, dann aber insbesondere nur für die Flächenanschauung liefern, bedarf auch das Imaginiren körperlicher Räume für sich insbesondere; es bedarf seiner eignen Musterformen. Diese Lücke auszufüllen, wäre nicht schwer; vorläufig ist sie absichtlich gelassen. Wozu doch ein großes Gebäude aufführen, ehe man weiß, ob jemand Lust hat, darin zu wohnen?

Es fragt sich, ob Männer von Geist, der hier behandelten pädagogischen Angelegenheit sich annehmen mögen? — Ob die gegenwärtige Behandlung ihren Zweckfall erlangen kann?

Es fragt sich gewiß nicht, ob die äußern Erscheinungen, — diese ersten Ernährer, diese treuesten Pfleger und unerminlichsten Lehrer des jugendlichen Geistes, — ob sie verdienen, daß er um ihre vertrauteste Bekanntschaft sich bewerbe?

Es fragt sich gewiß nicht, ob es gut sey, daß dem Menschen in seiner Sinnenwelt, — für jetzt seiner Heimath, seinem Wohnhause, recht eigentlich heimisch und häuslich wohl werde? Ob es ein Glück sey, sich aus jeder Art von Geschäfte
mit

mit behaglicher Leichtigkeit in den Arm der Klarheit werfen zu können; und, bei allen Räthseln, die sie dem Verstande auflegt, doch wenigstens an ihrer sinnlichen Klarheit und Deutlichkeit nichts zu vermissen?

Es fragt sich wohl auch nicht, ob zwischen sinnlicher Klarheit und gesundem Urtheil, — zwischen scharfem Schauen und scharfem Denken, ein Zusammenhang sey? Ob durch Naturkenntnis der helle Kopf zur Beschäftigung mit abgezogenem Begriffen gut vorbereitet; der trägere Mensch durch Anordnung zum Gebrauch seiner Sinne, in das richtige und rechte Feld seiner Thätigkeit geleitet werde?

Kann es eine Frage seyn, ob die Erziehung ihrer Idee entspreche, wenn sie das, was Zufall und gemeiner Unterricht der Jugend ungeordnet hinführt, in eine möglichst lange Reihe zusammenrückt, die von Glied zu Glied wie vom Mittel zum Zweck fortschreitet? Wenn sie den Materialien, welche die Werke der Natur und der Kunst, die Fläche des Himmels und der Erde, zum Jugendunterricht liefern, eine solche Stellung giebt, daß die Anschauung in beständigem Fortschritt sich an den leichtern Formen zur Auffassung der schwierigeren und zusammengesetztern übe?

In der That, daß an dem allen kein Verständiger zweifeln werden, hat diese Schrift darüber wenig oder nichts gesagt. Sie hat aus-
gesprochen von dem, worüber man zweifeln könnte.

„Wozu Bildung der Anschauung? Sieht
„das Auge nicht von selbst? Ist es zur Auffas-
„sung der Natur nicht von Natur gut genug?“ —
„Woher Bildungsmittel für die Anschauung? —
„Warum Dreiecke? Welcher Lohn für die Re-
„nung? Für so frühe mathematische Arbeit-
„ten? — Welcher Uebergang von Dreiecken zur
„Welt? die doch nicht aussieht wie ein Haufe
„von Dreiecken? — Woher die Zeit? Und wo
„der Ort, unter — wo der Zusammenhang mit
„den übrigen Sätzen?“ —

Was über diese und ähnliche Fragen gesagt
ist, das zu wiederholen ziemt sich nicht. Wiewol
leicht aber ziemt es sich, um Prüfung zu bit-
ten; und Versuche zu wünschen. Versuche, die
mit dem nöthigen Echariffum angestellt wären,
um mit geschmeidiger Anpassung an die gegebe-
nen Umstände, das Unwesentliche geschickt zu ver-
ändern, ohne das Wesentliche zu verrücken. So
z. B. bestimmt sich das rechte Alter für diesen
Unterricht, nach Fähigkeit und Bedürfniß; —
einem guten Gedächtniß darf man, für die leger-
ten Rechnungen, neben den Langzeilen auch Ein-
nus anvertrauen; — nicht aber von Anfang an

Sinus statt Tangenten nehmen, um der Anschaulichkeit nicht zu schaden; — langsame Köpfe müssen nur mit zwei; — die geübtesten können mit 4 oder 5 Axiomen rechnen, die man aus der zweiten Tabelle nehmen mag; — Anfangs wird ein Lehrer mehreres besorgen müssen, was eigentlich unter verschiedenen Vortheile seyn sollte; — u. d. gl.

Welche genauere Bestimmungen der Mechanismus des Lehrens noch anzunehmen habe, um für Viele zugleich, für Schulen zu passen? — Oder sich für Mädchen merklich ändern müsse? — Welche Vortheile, welche Anwendungen, — welche Schwierigkeiten sich in der Verbindung mit anderm Unterricht ergeben werden? — Vor allem, welche unwillkürliche Wirkung diese Vorübungen — noch außer der, hoffentlich richtig vorausgesehenen, Hauptwirkung, — in der jugendlichen Seele hervordringen werden? — Wie viel Fragen an Andern Beurtheilung und Erfahrung! —

Nach:

Nachschrift zur zweyten Auflage.

Wenn der ersten Erscheinung konnte die gegen-
 wärtige Schrift hoffen, unter den neuen Lehro-
 plänen, welche die Pestalozzische Unternehmung
 hervorrufen und empfehlen würde, einen ansehn-
 lichen Platz zu erhalten. So viel eher durfte
 sie eine solche Empfehlung für sich zu gewinnen
 suchen, da sie auf ihrer Seite den Anstoß wegzuräumen
 schien, den wenigstens Kenner der Ma-
 thematik an jenem Viereck nehmen konnten, das
 die Idee des ABC der Anschauung entstellte. Es
 schien rathsam, die Leichtigkeit der Verbesserung
 zu zeigen, noch ehe der Tadel laut würde. —
 Diese Vorsicht mag voreiltig gewesen seyn. Die
 Beurtheiler haben den Anstoß nicht genommen.
 Das Pestalozzische ABC der Anschauung ist ers-
 schienen; — es hat sein Viereck behauptet; es
 will Anschauungslehre der Maas-Verhältnisse
 — wenigstens heißen, wenn auch nicht durchs
 aus nur das seyn; es rühmt sich endlich seiner
 nahen Verwandtschaft mit der versinnlichten Zah-
 len

lenlehre, mit der es in der That dennade zusammenfällt. Wären das etwa drey Fehler für einen: so wären sie so viel übler, weil sie einander beschönigen. — Wiewohl nun die Verehrung des Verfassers gegen den edlen Schweizer um Nichts gemindert ist; so muß er doch, schon um nicht zudringlich zu seyn, sein Buch aus dem äussern Zusammenhange, worin es stand, um etwas zurückziehen. Die Frage: um wieviel es die Pestalozzischen Plane fördere, kann nicht mehr ein annehmlicher Maassstab zu seiner Würdigung seyn. Da es aber zu klein ist, um allein zu stehn, so bleibt ihm nichts übrig, als desto fester an die reine Idee der Pädagogik selbst, auf die es schon vorher vielfältig sich berief, sich anzuschließen.

Hinweggesehen geht von dem Buche: so kann überhaupt keine pädagogische Bearbeitung irgend eines einzelnen Lehrstücks, weder richtig geführt noch hinterher richtig beurtheilt werden, wenn nicht beyden, dem Beurtheller wie dem Arbeiter, jene Idee des Ganzen, von dem es ein Theil seyn soll, auf gleiche Weise vorschwebt. Außerdem wird der eine sich verleben in den Gegenstand, worin er sich vertieft; der andre hingegen, der hieher nur zerstreute Blicke wirft, wird jenen, sey es mit Recht oder Unrecht, in Verdacht haben: der Nachdruck, womit er seine

Vors

Vorschläge empfiehlt, sey bloß Folge seiner einseitigen Vorliebe. Wegen Eine solche Vorliebe wäre es denn freylich leicht, eine andre gelten zu machen, die doch wenigstens eben so viel, wo nicht mehr Ansprüche hätte, mit der Kraft ihres Eifers in die Erziehung einzugreifen. — Preist z. B. Einer die Mathematik als unentbehrlich für die Erziehung, so liest ein Andern das so, als wäre das unentbehrliche Rad in der Maschine, für die einzige Triebfeder derselben ausgegeben. Oder benutzt jener auch nur die Anschauungsübungen so, daß sie zugleich eine Vorübung für das mathematische Begreifen des Anschaulichen seyn mögen: so bewacht ein Dritter eifersüchtig die Rechte der bloßen Anschauung, die doch eben Alles erst herbeyschaffen müßte, wozu die Beamtete sich nachher wohl etwa von selbst finden würden. Bey Mißverständnissen solcher Art darf man sich gar nicht wundern, wenn dann wieder Andre kommen, welche fragen: ob denn Anschauung und theoretische Begriffe sich jemals in ein sittliches, jemals in ein religiöses Gefühl verwandeln? Ob denn das Weltverhalten der Kinder in der Sinnen-Sphäre, nicht offenbar das gerade Gegentheil sey von der Hinweisung auf das Uebersinnliche, wodurch Glaube, Liebe, und Hoffnung in den zarten und reinen Kinderseelen erweckt werden könne; und

so viel nothwendiger in ihnen erweckt werden müsse, je mehr das Zeitalter mit Erscheinungen droht, wodurch roh: aufgewachsene Menschen nur noch mehr verhärtet werden können. —

Träte einmal die Idee der Pädagogik selbst redend auf: so würde sie freylich Frieden zu stiften wissen zwischen den Partheyen; indem sie keine zurückließe, vielmehr eingestünde, daß sie des Werks einer jeden bedürfe: und nun zeigte, was denn und wo jede zum Ganzen bebrachte, wie eine der andern vorarbeiten müsse; wie gerade darum, weil hierin bisher nie Ordnung und Einverständnis geherrscht habe, die Obersusser des ganzen Geschäfts gedungen gewesen wären, viele allgemeine Vorschriften der Mäßigung zu geben, damit von den Arbeitern nur keiner den andern stöße und hindere; wie aber auch eben dadurch, weil niemand mit ganzer Kraft wirken durfte, weil Nichts zu Ende gebracht, Nichts mit Größe und Kühnheit ausgeführt wurde, das Ganze in einen Zustand von Schwäche gerathen sey, der ihm bennähe Vernichtung zuziehe; indem es sich kaum läugnen lasse, daß bisher die vorzüglichsten Menschen im Durchschnitt nicht eben die sorgfältigst: Erzeugenen gewesen seyen. —

Unglücklicherweise aber kann man der reinen Idee der Pädagogik kaum erwähnen, ohne neue lebhaft

lebhaftesten Streitigkeiten zu wecken. Denn wo ist diese Idee? Welchem Philosophen soll sie entlehnt werden? — Pestalozzi versuchte sich ohne System. Herr Itz erläuterte seinen Plan durch Vergleichung mit Kantischen Principien. Hr. Johannsen (in seiner Kritik der P. schen Methode, S. 202.) nennt das den „unglücklichsten Einsfall, den man haben könne.“ Gar leicht könnte es Hrn. Johannsen begegnen, daß irgend Jemand wieder zu ihm spräche: es gebe über jenen unglücklichen Einsfall einen noch unglücklicheren; den nämlich, die Fichte'schen Lehren in diese Epoche hereinanziehen; — ein solcher Einsfall sey nur dem zu vergleichen, wenn man der Fichte'schen productiven Anschauung, zu ihrer natürlichen Übung, das Pestalozzische ABC in ihren Productions-Kreis von außen hineinziehen wolle; damit sie ihre Bilder in die ihr dargebotnen Quadrate übertrage und darnach besichtige *). —

Der

- *) Es giebt im Fichte'schen System eine Aufforderung zur freien Thätigkeit; versetzt sich, zu demjenigen was wir freie Thätigkeit in der Sinnwelt nennen. Aber die Aufforderung sammt dem Auffordernden, ist ursprünglich — Product der Phantasie des Aufgeforderten. Möchte Hr. Johannsen wol die Stelle in diesem System nach-

Der Verfasser ist genöthigt, hier einige Bemerkungen gegen Hr. Johannsen einzuflechten; deren Hauptpunct darin besteht, daß derselbe auch der gegenwärtigen Schrift „im Ganzen“ den nämlichen Gesichtspunct andichtet, den Er selbst zu seiner Kritik gewählt hat: — „Zurückführung aller Kenntnisse auf die Anschauung sey der höchste Grundsatz des Unterrichts.“ So spricht, natürlich genug, der Anhänger des Systems der productiven Anschauung; aber so spricht nicht der entschiedne Gegner dieses Systems, — und als solchen muß sich der Verfasser, unbeschadet seiner Hochachtung gegen das Genie seines großen Lehrers Sichte, — hier wohl öffentlich bekennen; da die Aeußerungen über Philosophie in der Einleitung (S. 30 u. f. der gegenwärtigen Ausgabe) nicht hingereicht haben, um die widrigste aller Zubringlichkeiten, Unterschiebung fremder Meinungen, abzuwehren. — Daß übrigens dieses Buch erstlich und hauptsächlich ein ABC der Anschauung, dann zweitens und nebenher (weil beydes der Natur der Sache

weisen, wo man die productive Anschauung, welche selbst Alles Aeußre macht, — welche, wenn es für sie einen Lehrer und Erzieher geben soll, auch diesen selbst machen muß — auf irgend eine Art, sey es noch so mittelbar, von außen her auffordern laun?

Sache nach zusammenfällt) ein Prolog zur Mathematik (nicht bloß zur höhern) seyn soll: ist dennabe lächerlich zu wiederholen, da die ganze Anlage der Schrift davon zeugt. Aber wenn sie das Augenmaaß üben will, warum mißt sie denn nicht? Warum verschmäht sie das Quadrat, da es doch "in der ganzen Geometrie richtiger ist, das Dreieck als die Hälfte eines Vierecks von gleicher Grundlinie und Höhe anzusehn, und auf diese Weise vermittelst des Quadrats zu messen, als vom Dreieck zum Quadrat überzugehen?" Richtig ist dies in der "ganzen" Geometrie da, wo dieselbe lehrt, den Flächeninhalt der Dreiecke zu bestimmen; d. h. es ist dies von der ganzen Wissenschaft ein einziger Lehrsatz. Dieser Lehrsatz kommt denn auch in diesem Buche da vor, wohin er gehört; in die erste Episode nämlich. Zur Hauptsache aber gehört er nicht; weil das Messen der Flächen überall nicht zum Anschauen gehört. Vielmehr ist der Inhalt einer Fläche, rein aufgefaßt, ein ganz und gar unsinnlicher Begriff, der alle Form, also auch alles Anschauliche zerstört. Denn derselbe soll das reine Quantum der Flächenausdehnung angeben, ganz abgesehen davon, ob dies Quantum in runder oder eckiger Begrenzung, welcherley Art man wolle, erscheinen möge. Aus diesem Gesichtspuncte sind alle Quadraturen,

und, mit gehöriger Veränderung, auch die Rectificationen und Cubaturen anzusehn. Es kommt dabei nicht darauf an, das Gerade krumm, und das Krumme gerade zu machen: sondern beydes, das Gerade so wohl, als das Krumme, ganz wegzuwерfen; um das bloße Quantum räumlicher Ausdehnung übrig zu behalten, dem übrigen hinterher jede beliebige Form wieder gegeben werden kann. Um nämlich das Gemessene für Phantasie und Sinn auf irgend eine Art zu fixiren: leihet man ihm gewöhnlich diejenige Gestalt, deren Umrisse durch das ursprünglich angenommene Längenmaaß am leichtesten bestimmt werden können; darum wird der Flächeninhalt in quadratischer, der körperliche Inhalt in cubischer Form dargestellt, ohne daß jedoch dieser Inhalt im mindesten an diese Form gebunden wäre. — — Daß endlich die Anschauungslehre der Gestalten auch für die Auffassung krummliniger Gestalten hätte sorgen sollen; diese Erinnerung würde sehr treffend seyn, wenn es nur möglich wäre, dafür mehr zu thun als geschehn ist. Vergleichen der Endpunkte krummer Linien gegen den Rücken der Krümmung sind schon gefordert im ersten Abschnitt, Nummer I. Dies aber setzt wieder Dreiecke voraus. Zeichnung des Circels, Angabe einzelner Bogen in Graden, Auffuchung des Mittelpuncts,

puncts, also auch des Halbmessers, diese Uebungen sind gefordert S. 86 u. 87; und sie sind so wichtig, daß sie verdienen, hier noch einmal nachdrücklich empfohlen zu werden. An diese Uebungen könnte sich das anschließen, worauf es hier eigentlich ankäme, nämlich Schätzung aller, auch stetig veränderlicher, Krümmungen, an jeder Stelle; durch Vergleichung mit einem Cirkel von bestimmtem Halbmesser, als dessen Bogen die bestimmte Krümme Stelle angesehen werden könnte. Aber wie will man diese Schätzung lehren? Bloß empirisch? Das läßt sich thun, bedarf aber alsdann keiner weiteren Anweisung. Oder aber mit derjenigen Sicherheit und Genauigkeit, wie es für die Auffassung der Dreiecke möglich war; — also durch Einführung der mathematischen Begriffe? Das kann niemanden einfallen, der die Berechnungen der Krümmungshalbmesser und Krümmungswinkel nebst den dabei vorausgesetzten Gleichungen für mögliche Curven, kennt. Doch davon weiter zu reden, wäre einem Schriftsteller gegenüber nicht rathsam, der schon "tiefe geometrische und trigonometrische Vorlesungen" in einem Buche gefunden hat, das in die Tiefen der Wissenschaft sich nicht weiter als bis zur Regel de tri vertieft.

So viel zur Wertheldigung gegen den dreiften Kritiker, der nicht nur das Fichte'sche System, sondern, ohne Fichte's Originalität, auch Fichte's Ton in die Pädagogik einzuführen Anstalt macht. Das erste könnte, als Uebung der Speculation, nicht anders als interessant seyn; aber es ist noch die Frage, wer haben mehr Bilden geben würde, ob die bisherige Pädagogik, oder das System, oder der, zwischen beide tretende Anwender des Systems *)? — Das
zwey:

*) *Zwey absolute Ich in Wechselwirkung neben einander duldet das System nicht. Wer soll nun das absolute seyn? der Jüdling? So ist der Erzieher ausgeschlossen. Der Erzieher? Dies bleibt, auch aus andern Gründen (denn Er ist es doch wol, welcher von Erziehung redet?) zunächst übrig. Wird er nun, indem er den Jüdling als ein Vernunftwesen setzt, demselben auch productive Anschauung zuschreiben? Unter deren Producten unter andern auch ein Bild von ihm, dem Erzieher, vorkomme, sammt Bildern von seiner sämtlichen Thätigkeit? Und durch aus der gleichen Sinnenwelt, worin Er sich lebend und wirkend findet? Diese prästabilierte Harmonie zwischen zweyen ursprünglich productiven Welten, wo ist sie begründet? — Hier möchte man beynahe das Schelling'sche Absolute gerufen; — so gewiß es übrigens selbst in die Produc-*

zweyte wird hoffentlich nicht gelingen. Viele sind beleidigt, und viele werden sich widersetzen. —

Man

Producte des Ich zurückfallen muß. — Aber so sey bearündet, wo und wie sie wolle: wie soll nun der Erzieher seine Thätigkeit ansehen? Soll er bloß darum in seiner Sinnenwelt handeln, — Figuren zeichnen und vorlegen, sprechen, ermahnen, züchtigen, — damit vermöge der Harmonie das Aehnliche in der vom Jüngling producirten Sinnenwelt sich ereigne? Ist denn die Harmonie in Rücksicht auf das Materiale so wenig prästabilit, daß sie auf die Willkühr des Erziehers wartet? — Oder, warum geht die sinnliche Erkenntniß, ja die ganze Einsicht und Bestimmung des Jünglings nicht viel schneller vorwärts, wenn doch die beiden productiven Anschauungen so nahe zusammenhängen, daß, wie es scheint, es beim Lehrer nur der Production dessen was gelernt und gedacht werden soll, bedürfen müßte, damit es vom Jüngling auch wirklich gelernt und gedacht sey? — Fragen genug zur Vorübung für vorlaute Erziehungsreformatoren. Zur Lösung vergleiche man nicht bloß Fichte's Naturrecht; sondern vor allem die Sittenlehre S. 289 u. f. und die Bestimmung des Menschen S. 283 u. f.; — und nun habe man zu, wie weit man damit kommt — Man sieht übrigens leicht, warum sich bey der Pädagogik nach Fichte'sen Grunds

Was man sich noch so sehr bemühen, jeden Gedanken durch seine eigne Deutlichkeit hell zu machen: in unsern systemreichen Zeiten fällt von allen Seiten falsches Licht darauf; und jeder-
mann

Grundsätzen Schwierigkeiten ereignen, die bey der Rechts- und Sittenlehre nicht eben so fühlbar wurden. Dort nämlich war es nur nöthig, zu erklären, wie wir Vernunftwesen außer uns nach realistischer Ansicht zu setzen gedungen seyn. Der Philosoph steht da allein auf dem transcendentalen Puncte. Ob ihm jemand folgen, ihn verstehen werde? Er erwartet es allensatzig; er weiß es nicht; er kann niemanden die intellectuale Anschauung mittheilen. — Hier, in der Pädagogik muß Er sich erklären, ob die von ihm gelesenen Vernunftweisen so gesetzt seyen, daß sie den transcendentalen Punct selbst betreten können oder nicht? Denn sie dahin gehoben zu sehn, müßte der Zweck der Erziehung seyn; die sonst als ein gemeines Geschäft in der realistischen Tiefe kriechen muß. Weiter muß er sich nun bestimmte erklären über die Bedingungen, unter denen jemand auf den Punct, theils der reinen Theorie, theils der reinen Sittlichkeit komme. Antwortet er hier wieder durch das Wort Freiheit: so ist es um die Erziehung geschehn. Nur gebe man jetzt Acht, daß er seine Freiheit nicht wieder an allerlei Bedingungen binde, sondern es in der Wahrheit bey einem reinen Vermögen durchweg absolut anzufangen bewenden lasse.

Mann sieht mit geblendeten Augen. Was bleibt übrig, als selbst von allgemeinen Grundsätzen her einen Schein darauf zu werfen; — wie gewiß man auch überzeugt seyn mag, daß darunter eben diese allgemeinen Grundsätze leiden müssen, die es mehr als alles andre nöthig hätten, an ihrer rechten Stelle zu bleiben, und nur mit ihrer ganzen systematischen Umgebung dem öffentlichen Urtheil ausgesetzt zu werden. — Hinter einen ABC der Anschauung, im Anhange, die Idee der Erziehung überhaupt aufzustellen: dieser Versuch kann nicht sehr ernstlich gemeint seyn; oder er wäre eine große und tadelnswürdige Thorheit. Ein Fragment aus einem älteren Aufsatze aber, der ursprünglich zur Verständigung mit einem Freunde geschrieben wurde, läßt sich wol dazu brauchen, durch den Contrast seiner großen, wiewohl nur angedeuteten, Umrisse, das ABC der Anschauung als dasjenige kleine Pünctchen erscheinen zu machen, was es in der Weite der Erziehungosphäre in der That ist; — nur dadurch bemerklich, weil es den Anfang einer fernhin und in allerlei Verzweigungen auslaufenden Linie, fixirt. — Vielleicht ist es ein Vortheil nebenher, wenn gelegentlich eine Möglichkeit gezeigt wird, wie man auch unabhängig von den neuesten bekannten Systemen über Erziehung philosophiren könne. —

Diese

Diese Nachschrift aber kehrt zum ANF der Anschauung selbst zurück, von dem sie ausging. — Die Verwirrung durch zwei verschiedene Ausführungen der nämlichen Idee ist einmal vorhanden. Da kein Streit darüber geführt werden wird noch soll: so bleibt denjenigen Personen, welchen an der Sache gelegen ist, nichts übrig, als sich durch eignes Nachdenken zu orientiren. In den natürlichen, ganz unbefangenen, auf kein bestimmtes Resultat berechneten Gang eines solchen Nachdenkens nun sucht sich der Verfasser zu versetzen durch folgende Betrachtung:

Wir fassen die Gegenstände, die unserm Auge vorstehen, gewöhnlich nicht so scharf auf, als wir wünschten. Wollten wir nun unsern Blick durch ein kräftigeres Hülfsmittel, als bloß bloßes derhobtes Hinschauen, schärfen: so hätten wir zwischen zweyen Wegen die Wahl: entweder dem Gegebenen etwas hinzuzufügen, oder etwas das von wegzulassen. Hinzufügen könnten wir ihm gewisse Linien von mehr regelmäßiger, fester Gestalt; alsdann würden wir den Gegenstand eben in so fern auffassen, wie er sich jenen Linien anschließt; wir würden ihn gleichsam in einem Netze fangen. Diese Art von Netz aber würde sich nicht wieder loswickeln lassen; es würde in der Phantasie hängen bleiben. Wir würden nicht mehr unmittelbar getroffen werden von

der

der Eigenthümlichkeit des Gegenstandes. Die Geschlossenheit seiner Gestalt wäre dahin, seit er, den fremden Normen angewachsen, mit ihnen, wie Theile mit andern Theilen, ein Ganzes machte. Sein freyes Schweben wäre dahin, seit er angelehnt und eingepreßt stünde, am Gerüst oder im Käst. Die ästhetische Anschauung wäre aufgeopfert; und die fixirende an einen leidigen Mechanismus gewöhnt. — So würde es gehn, die hinzugefügten Linien möchten nur Dreiecke oder Vierecke oder Cirkel oder was sonst seyn.

Der zweite Weg, etwas wegzulassen von dem zu verwickelten Gegenstande, bliebe noch offen. Ungefähr so, wie man von einer zu weitläufigen Geschichte etwas wegläßt, — nämlich nicht etwa eine ganze Hälfte, oder überhaupt irgend ein wesentliches Stück, sondern das kleinere Detail, zuweilen zum Anfange sogar die Schattirungen der Charactere, und allen Verlaufs der Begebenheiten, damit das Gedächtniß vorläufig bloß einige chronologische Hauptmomente, und deren Distanz von einander, sicher und genau sich einpräge. Oder wie man aus einer wissenschaftlichen Darstellung, die beym ersten zusammenhängenden Vortrage nicht gefaßt wurde, zur Erleichterung die Kunsworte heraushebt, und die einzelnen Begriffe bestimmt, denen

denen sie gehören; ferner bemerkt, welche von diesen Begriffen in den Principien, welche im Beweise, welche im Resultat liegen. — So auch könnte man bey Gegenständen der Anschauung nachsehn, was wol zur Kenntlichkeit der Gestalt am entbehrlichsten sey; man könnte sich entschließen, dies Entbehrlichste beim Hinschauen gleichsam zu ignoriren, die Aufmerksamkeit davon abzuziehn. Bliebe das Uebrige noch zu verwickelt, so könnte man auch davon einiges übersehen, andres im Auge behalten. Und so fort, bis am Ende nur einige hervorragende Stellen oder Umrisse übrig wären. Wollte man aber auf das Vereinfachste kommen, so müßte man sich einzig auf gewisse hervorragende Punkte beschränken. Diese würden nun eine zufällige, ungeordnete Lage zu haben scheinen, nachdem das Vermittelnde Alles gleichsam weggewischt wäre. Aber die ungeordnete Lage wäre doch keine andre als die wahre, die sie im Gegenstande selbst hatten. Die Auffassung dieser Lage vertrüge sich also mit der Auffassung des Gegenstandes, ja sie gehörte zu derselben, sie könnte weder bey der fixirenden, noch bey der ästhetischen Anschauung entbehrt werden. Sie würde ferner die Grundlage für beides abgeben; indem nun die ganze Gestalt an jenen Punkten befestigt schiene, ohne daß doch die Bevestigung irgend

irgend etwas heterogenes und entstellendes mit sich führte, Der Gegenstand wäre an Nichts angelehnt, als an sich selbst; er stünde noch eben so frey wie zuvor, aber er stünde; er schwebte nicht mehr vor dem schwankenden Auge!

Doch wären damit noch nicht alle Schwierigkeiten gehoben. Die Lage einiger zerstreuten Punkte sollte aufgesagt — unmittelbar, so wie diese Punkte da liegen, aufgesagt werden; ohne alles weitere Hülfsmittel! Denn hineinmengen darf man, nach obiger Ueberlegung, durchaus gar nichts! Aber ist denn dies Auffassen so leicht? Versuche man es bey den Sternen am Himmel! —

Jetzt kommen wir den Dreyecken nahe. Denn um nun auch diese Aufgabe wieder auf ihr Einfachstes zurückzuführen: müßte man wieder von den Punkten zuerst einige weglassen. Wie viele? So viele, daß die übrigen nur noch gerade hinreichen, um überhaupt eine gegenseitige Lage zu haben. — Nähme man dazu ihrer viere, statt drey, so würde man nicht sehr fehlen. Nur schade, daß diese vier zufällig umhergestreuten Punkte wahrscheinlich ein gar seltsames, schiefes, und schlefliegendes Viereck bilden würden. Ein Quadrat, ein Rechteck, wäre gar nicht zu erwarten, man müßte es denn hineingezeichnet haben. Wer dies schiefe
 D
 Viereck

நம் சிவசுந்தரின வயின் பின்னர என்னுந் தோன்றினார்
 நான் அப்போது. இவன் தோன்றியதற்குள் நீ என்
 ணையாதி நான் தோன்றினது துன்பமுண்டான நான்
 உண்டாயினேன். இவன் நீ என்முன் நான், நான் நான்
 தோன்றி நான் தோன்றினது என் நான் என்முன் தோன்றி
 தோன்றினதற்கு என்ன நான் தோன்றினேன், என் தோன்றி
 என்முன் தோன்றினேன், நீ என் நீ உண்டான என்முன்
 நான், நான் தோன்றின நான் தோன்றினது என் நான் நான்
 என் தோன்றினேன்.

இவ்வாறு, என் தோன்றின நான் நான் தோன்றின
 என் தோன்றி நான் தோன்றினது, நீ என்னுடன் நான்
 நான், இவன் நான் தோன்றின, தோன்றின என் தோன்றி
 நான் தோன்றி, என் தோன்றின நீ; தோன்றின
 தோன்றி நான் தோன்றி நான் தோன்றினேன். — இவன்
 தோன்றின என் தோன்றின நான் நான் தோன்றின என்
 நான் தோன்றின தோன்றின, தோன்றின நீ நான்
 தோன்றினது நான் தோன்றின தோன்றின, —
 நான் தோன்றினது நான் தோன்றினதற்கு நான்
 தோன்றினது, நீ நான் தோன்றினது நான்
 தோன்றின தோன்றின.

இவ் தோன்றின, — நான் நான் தோன்றின,
 நீ, என் தோன்றின, நான் நான் தோன்றி நான்
 நான், நான் தோன்றின தோன்றின: — நான் நீ நான்
 தோன்றின, என் நான் தோன்றி நான் தோன்றின நான்
 நான், நான் நான் என் நான் தோன்றி: தோன்றின, என்
 தோன்றி, தோன்றி என் நான் தோன்றி, நான் தோன்றின
 தோன்றி தோன்றி, என் தோன்றின நான் தோன்றி தோன்றி நான்
 நான் தோன்றி தோன்றி நான் தோன்றின தோன்றின தோன்றின
 தோன்றி.

Verhältnisse zu sich selbst; so wird
 aus der Einsicht, welche vorher nur die
 Geschichte, der Zusammenhang der Thatsachen war,
 der Zweck, der Zweck der That und die
 Gesetze der Natur zu bestimmten Willen. Das ist
 das was wir verstehen, und was wir verstehen ge-
 hen, die richtige Erkenntnis der menschlichen
 Natur; — und wir verstehen von der
 Natur der menschlichen Natur, was wir
 aus der Einsicht der menschlichen und der
 Natur der Natur der Natur zu verstehen, —
 ist die richtige Erkenntnis der Natur, und ist die
 Natur der Natur, die richtige Erkenntnis, die
 der menschlichen Natur der Natur und
 der Natur, die die Natur, die die Natur
 der Natur der Natur, zu verstehen, zu verstehen,
 zu verstehen. — Das ist die Natur der Natur
 der Natur der Natur, und die Natur der Natur
 der Natur, die die Natur, die die Natur
 der Natur, die die Natur, die die Natur
 der Natur, die die Natur, die die Natur

Das ist die Natur der Natur der Natur,
 die die Natur der Natur, die die Natur

Das ist die Natur der Natur der Natur,
 die die Natur der Natur, die die Natur
 der Natur, die die Natur, die die Natur
 der Natur, die die Natur, die die Natur
 der Natur, die die Natur, die die Natur
 der Natur, die die Natur, die die Natur
 der Natur, die die Natur, die die Natur

gen zurechtlegen: — Ist nun dasjenige, was ich dem Philosophen darbietet, indem er nur den Begriff der Eitlichkeit vor sich nimmt, auch dem Ueigierher gegeben? Bindet auch er den guten Willen vor, so daß er denselben nur gegen die Neigungen zu richten, nur auf die rechten Verhältnisse durch den Vortrag der Moral hin zuweisen braucht? Liegt etwa auch ihm die intelligible Quelle, — darf auch er den Strom, dessen Ueprung er nicht weiß, getrost vom Himmel ableiten? In der That, für denjenigen, der unsern neuen Eosimen anhängt, ist nichts consequenter, als ruhig zu erwarten, daß sich wohl etwas ganz von selbst das radicale Gute, — oder vielleicht auch das radicale Böse, — bey seinem Jüdling äußern werde; — nichts consequenter, als die Freiheit, die er in demselben, als in einem Menschen, doch voraussetzen muß, still zu reserviren, sie nur durch gar keine vergebliche Mühe zu stören, (wobey man fragen müßte, ob die Freiheit denn überhaupt gestört werden könne?); und so den wichtigsten Theil seines Geschäftes ganz aufzugeben, und am Ende seiner ganze Sorge auf diese Verrückung von Nothigen zu beschränken. Auch ist etwas Ähnliches von einem Vordrager jener Systeme einmal wirklich und im Ernst behauptet worden.

Doch so leicht muß man in der Anwendung dieser Theorien nicht seyn. Sie selbst wären unter der Last einer solchen Consequenz schon im Entstehen zusammengebrochen. Man darf hoffen, daß der erste Transcendentalphilosoph, der sich für Erziehung interessiert, auch dafür einen solchen andern Standpunct aufzuweisen wissen wird. Das Postulat: die Erziehung müsse möglich seyn, wird zuerst mit einem rechtlichen Titel ausgestattet werden; dann findet sich in der Sinnenwelt Raum genug, und für alle die, welche in ihr etwas zu schaffen haben, gilt die realistische Noth. So wie die Freiheit sich durch ihren Vorwurf (das Sittengesetz) gleich einer Ursache im Reiche der Erscheinungen verrathen darf, so wird man auch der vom Erzieher gebotenen Sinnenwelt erlauben, daß sie als auf die Freiheit des Ideals wirkend, — erscheine; und das reicht hin. Nun haben wir unser Feld, — zwar noch nicht die Regeln des Verfahrens, allein der Erzieher erfände sie nur erst, der Transcendentalphilosoph wird sie nachher schon aus seinem System abzuleiten wissen. —

Dem Erzieher ist die Sittlichkeit ein Ereigniß, eine Naturbegebenheit, die in der Seele seines Jünglings sich zwar, wie man annehmen kann, schon in einzelnen Augenblicken, einem kleinen Theil nach zufällig hat blicken lassen, die

sich aber in ihrem ganzen Umfange zutragen, und dauern, und alle die übrigen Ereignisse, Gedanken, Phantasien, Neigungen, Begierden in sich nehmen, in Theile von sich selber umzuwandeln soll. In dieser Vollkommenheit sollte diese Naturbegebenheit mit dem ganzen Quantum der geistigen Kraft des Idalings geschehn; in der unvollkommenen Gestalt, worin sie wirklich geschieht, hat jedesmal der gute Wille, oder besser, ist jedes einzelne gute Wollen, ein bestimmtes Quantum von Thätigkeit, ein bestimmter Theil des Ganzen, und zwar so bestimmt, so groß nur für diesen bestimmten Augenblick vorhanden; in der Zeit aber wächst das Quantum, nimmt ab, verschwindet, wird negativ (wie bey einer krummen Linie), wächst wieder, und dies alles läßt sich, so fern der Idaling sich offen äußert, in der Beobachtung wahrnehmen.

In der ganzen Bestimmtheit, womit es geschieht, geschieht es nothwendig, als ein unfehlbarer Erfolg gewisser geistiger Ursachen, eben so nothwendig als jeder Erfolg in der Körperwelt; nur aber durchaus nicht nach materiellen Gesetzen, (der Schwere, des Stoßes u. s. f.) die mit den Gesetzen geistiger Wirkung nicht die geringste Ähnlichkeit haben. Der Erzieher muß seth den Versuch an, — eben wie der Astronom, — durch richtiges Fragen der Natur, und
durch

durch genaue und lange genug fortgeführte
 Schlussreihen, endlich dem Gange der vor ihm
 liegenden Erscheinungen seine Geschmäcklichkeit ab-
 zuforschen, und somit auch zu entdecken, wie
 sich derselbe nach Absicht und Plan modificiren
 lasse. Diese realistische Ansicht leidet nun auch
 nicht die mindeste Einmischung der idealistischen.
 Kein leiserer Wind von transcendentaler Frey-
 heit darf in das Gebiet des Erziehers durch ir-
 gend ein Alibi hineinblasen. Wasänge er
 doch an mit den geschlossenen Wundern eines über-
 natürlichen Wesens, auf dessen Verstand er nicht
 rechnen, dessen Eindrücke er nicht vorhersehen,
 noch ihnen vordauern könnte? Etwa Veranlassun-
 gen geben? Hindernisse entfernen? —
 Also war das absolute Vermaßen gehindert? Also
 giebt es für dasselbe Veranlassungen außer
 seinem eignen, rein ursprünglichen Anfang-
 gen? Also ist das Intelligible wieder mitten im
 Mechanismus der Natur Dinge befangen? —
 Die Philosophen können sich hoffentlich besser auf
 ihren eignen Begriff! — Transcendentale Frey-
 heit darf und kann auch durchaus nicht im Be-
 wußtseyn, gleich einer innern Erscheinung, sich
 betreffen lassen. Hingegen diejenige Freyheit
 der Wahl, die wir alle in uns finden, welche
 wir als die schönste Erscheinung unsrer selbst
 ehren, und welche wir unter den andern Erschei-
 nungen

nungen unsrer selbst hervorheben möchten, — diese ist es gerade, welche der Erzieher zu bewirken und festzuhalten trachtet.

Machen, daß der Zögling sich selbst finde, als wählend das Gute, als verwerfend das Böse: dies, oder Nichts, ist Characterbildung! Diese Erhebung zur selbstbewußten Verantwortlichkeit, soll ohne Zweifel im Gemüth des Züglings selbst vorgehn, und durch dessen eigene Thätigkeit vollzogen werden; es wäre Unfluth, wenn der Erzieher das eigentliche Wesen der Kraft dazu erschaffen, und in die Seele eines andern hineinschütten wollte. Aber die schon vorhandene, und ihrer Natur nothwendig getreue Kraft, in eine solche Lage zu setzen, daß sie jene Erhebung unfehlbar und zuverlässig geschehen vollziehen müsse: das ist es, was sich der Erzieher als möglich denken, was er zu erreichen, zu treffen, zu ergründen, herbeizuführen, fortzuleiten, als die große Aufgabe seiner Versuchung ansehen muß.

Es wird jetzt nothwendig, den Begriff der Sittlichkeit (den wir hier als bekannt und gegeben ansehen müssen) einer schärfern philosophischen Betrachtung zu unterwerfen; deren Anfang bloße Analyse, deren Fortgang aber nothwendige Synthesis wird, indem sie die Voraussetzungen nachweist, auf welche sich der Begriff wesentlich

freilich besteht, ohne daß man sie zu seinem Inhalt rechnen könnte. Die Form dieser Untersuchung ist von sehr allgemeinem Gebrauch, kann aber freilich hier nicht ihre volle Strenge und Schärfe zeigen.

Gehorsam ist das erste Prädicat des guten Willens. Ihm gegenüber, muß ein Befehl stehen, oder muß wenigstens irgend etwas als Befehl erscheinen können. Der Befehl hat etwas Besoblenes zum Gegenstande. — Aber nicht jeder Gehorsam gegen den ersten besten Befehl ist sittlich. Der Gehorchende muß den Befehl gesprüßt, gewählt, gewürdigt — das heißt, er selbst muß ihn für sich zum Befehl erhoben haben. Der Sittliche gebietet sich selbst. — Was gebietet er sich? — Hier ist allgemeine Verlegenheit! Kant, der diese Verlegenheit am besten unter Allen empfand, schloß nach vielem Zaudern endlich ganz eilig *) die Form des Gebots, die Allgemeinheit, (wodurch es sich von momentaner Willkühr unterscheidet) in die Stelle des Inhalts. Andre schieben ihre theoretischen Begriffe, — Annäherung an die Gottheit, an das reine Ich, an das Absolute — ja auch die Sitten und Gesetze des Landes, oder gar das

Nägels

*) M. s. seine Grundl. d. Metaph. d. Sitten. S.

Mögliche, das Angenehme, hier *τοιοῦτον* *) will der unbefangene ist, erkennt die leere Stelle für leer. Er. schließt: wir alle kennen den Begriff der Einlichkeit; enthielte er nun einen bestimmten Gegenstand des Befehls, so würden wir auch diesen mit dem Begriff kennen. — Einen bestimmten Gegenstand also enthält er nicht. Aber er bezieht sich doch auf vorauszusetzenden Befehl, d. h. auf ein vorauszusetzendes Wollen, denn Befehl ist selbst Wille! Dies Wollen muß das ursprüngliche und erste seyn; der Gehorsam folgt nach. Ist nun dies ursprüngliche Wollen kein bestimmtes, aber doch ein wirkliches: so ist es offenbar ein unbestimmt-vielfaches. Hierin liegt der Grund, daß man von dem Gehorsam aus nicht darauf geführt wird, denn diesem steht, als Befehl, nur der allgemeine Begriff gegenüber; es gebe überhaupt ein solches Wollen, das gegen alle Neigungen und individuelle, zufällige Begehren als Gebot aufstehe.

Obi

*) Man kann dabei eine Stelle in Plato's Republik im 6ten Buch vergleichen: τοις μὲν τοῖσιν ἡδονὴ δοκεῖ αἰνῶν τοῖσιν δὲ κομφοτεροῖς, φρονησις. Hier rügt er nun, den Einzel: καὶ οὐκ ἐστὶν οὐδὲν ἡ τῆς φρονήσεως, ἀλλ' ἀνυπαρχόντων τὰ λειπώντων τὴν τὰ ἀγαθὰ φανῶν.

Ehe wir nun das Characteristische derjenigen Acte des Gemüths aufsuchen, welche hier, dem gehorchenden Willen gegenüber, als gebietender Wille erscheinen: sind zwei Bemerkungen nothwendig. Erstlich: diese Acte an sich, können Nichts eigentlich: sittliches seyn. Denn sie sind vorher, sie sind unabhängig, da, ehe sie in das gebietende Verhältniß zu den Neigungen treten; aber nur sofern sie ein Glied dieses Verhältnisses werden, gehören sie der Sittlichkeit. Das Ursprüngliche des gebietenden Willens ist in einer ganz andern Sphäre zu suchen. — Zweitens: so fern diese unbestimmt: vielfachen Acte den Gehorsam motiviren: müssen sie dergestalt construirt seyn, daß sie unter den allgemeinen Begriff gefaßt werden konnten, welchem das allgemeine und Eine Gelübde der Treue gilt, sammt der Einen und beständigen Aufmerksamkeit, Selbstkritik, und Demuth, welche die Krone des Sittlichen ausmacht. — Die Construction muß so beschaffen seyn, daß dadurch jedes Fremdartige ausgestoßen werde; sie muß die Strenge in den Gegensatz bringen, zwischen dem Würdigen und Guten auf der einen, dem Gemeinen und Schlechten auf der andern Seite; durch sie muß die laute, eindringende Kraftsprache der sittlichen Imperativen entstehen. Denn vor dem Verhältniß der Vernunft zur Neigung

Dies alles nicht denkbar. — Eine solche Construction kann nicht bloß logisch seyn. Aus einer wohlclassificirten Sittenlehre kann sie nicht erlernt werden; diese kühlt den Willen, sie treibt ihn nicht! Vielmehr bedarf es einer theils potestischen, theils pragmatischen Construction. — Doch es ist Zeit, die Elemente zu suchen, welche construirt werden sollen.

4. Vergeblich würde man den Begierden Gehorsam auslegen, wenn man die Vernunft hinterher wieder zur Begierde machen wollte. Ewig wahr bleibt Kants Lehrsatz: kein practisches Princip dürfe die Wirklichkeit irgend eines Gegenstandes fordern. Aber was folgt daraus? Nichts anders, als daß, ursprünglich, die Vernunft überhaupt nicht Wille ist; denn Wille der Nichts will, ist ein Widerspruch. Die Vernunft vernimmt; und sie urtheilt, nachdem sie vollendet vernahm. Sie schaut und richtet; dann wendet sie den Blick, und schaut weiter. — Dies wird sich bewähren, indem wir den vorigen Faden wieder aufnehmen. Der Gehorchende würdigt den Befehl; das heißt, er erzeugt ihn, wenigstens als Befehl. Wie muß er wol hier sich selbst erscheinen? Als aufstellend den Rechtspruch? Oder als findend eine vorliegende Nothwendigkeit? — Muß Er Sich geltend machen wollen, als Herrn und Meister, als Eigenthümer gleichsam seines innern

innern Vorraths von Sinn und Leben? Oder wäre es vielleicht, wenn nicht wahrer, doch sicherer für die Richtigkeit seines Urtheils, wenn er etwa nur den fremden Willen einer vollkommenen Vernunft zu ergründen strebte? — Als aufstellend den Nachspruch daß er sich nicht erscheinen. Denn das Erste der Sittlichkeit, der Gehorsam, ist vernichtet, es ist eine Wille führt an die Stelle der andern gesetzt, sobald, in irgend einem Sinn, Wille sich als den Grund des Befehls zeigt. Der Sittliche ist durch und durch demüthig; diese Bekanntschaft mit dem Begriff der Sittlichkeit war hier vorausgesetzt!

Also als findend eine Nothwendigkeit erscheint er sich. — Oder vielleicht erscheint Er sich gar nicht, denn die Nothwendigkeit könnte er ja finden, ohne den Blick auf Sich zu richten? Diese Frage wird, ein wenig weiter unten, sich von selbst genauer beantworten. Zuerst fragt sich: welche Nothwendigkeit wird gefunden? Keine theoretische; man kennt den Unterschied zwischen sollen und müssen; und einen Befehl würdigen, heißt nicht, sich nach dem Unabänderlichen bequemen. Also auch keine logische; denn diese ist, an sich, ebenfalls ein Wissen; sie verweist überdas auf einen höhern Grundsatz, und verschiebt also nur die Frage: wie und warum

um denn Er nothwendig sey? — Also Nichts Geschlossenes, Nichts Gelerntes, Nichts in der Erfahrung Gegebenes oder durch die Naturlehre Erforschtes! So weit behält Kant durchaus recht, der das Empirische der reinen Vernunft streng entgegensetzt. — Man wird aber hoffentlich hier nicht etwa antworten: eine moralische Nothwendigkeit! Denn es ist nur eben zuvor gezeigt, daß wir hier ganz außer dem Gebiet der Moral sind. Die Rede ist von dem Ursprünglichen nothwendigen, was erst dann etwa sittlich nothwendig werden wird, wenn es, im Gegensatz gegen die Neigung, den Gehorsam regiert.

Unter den bekannten Nothwendigkeiten ist nur noch die ästhetische übrig.

Diese characterisirt sich dadurch, daß sie in lauter absoluten Urtheilen, ganz ohne Beweis, spricht, ohne übrigens Gewalt in ihre Forderung zu legen *). Auf die Neigung nimmt sie gar keine Rücksicht; sie begünstigt und bestreitet sie nicht. Sie entsteht beim vollendeten Vorstellen ihres Gegenstandes. — Für verschiedene Gegenstände giebt es eben so viele ursprüngliche Urtheile, die sich

*) Plato Vol. VIII. p. 45. Ed. Bip.: Την τε λογισμῶν ἀγωγὴν — μαλακῶν, ἀτα χρυσῶν. — ἀτα γὰρ τε λογισμῶν καὶ μὲν οὗτος, πρῶτον δὲ, καὶ οὐ βίαιον, κ. τ. λ.

sich nicht etwa auf einander berufen, um logisch
 aus einander abgeleitet zu werden. Höchstens
 findet es sich, daß nach Absonderung alles zu-
 fälligen, bei verschiedenen Gegenständen ähnliche
 Verhältnisse sich wieder fanden, und daß diese
 natürlich ähnliche Urtheile erzeugten. Soweit
 man die einfachen ästhetischen Verhältnisse
 kennt, hat man denn auch einfache Urtheile über
 dieselben. Diese stehen an der Spitze der Künste,
 mit völlig selbstständiger Autorität. Unter den
 Künsten ragt in dieser Rücksicht die Musik her-
 vor. Sie kann ihre harmonischen Verhältnisse
 sammtlich bestimmt aufzählen, und deren richti-
 gen Gebrauch eben so bestimmt nachweisen.
 Würde aber der Lehrer des Generalbasses nach
 Beweisen gefragt, so könnte er nur lachen; oder
 das stumpfe Ohr bedauern, das nicht schon ver-
 nommen hätte! — Besonders wichtig ist es, daß
 die ästhetischen Urtheile niemals die Wirklichkeit
 ihres Gegenstandes fordern. Nur wenn er ein-
 mal ist, und wenn er bleibt, so beharrt auch
 das Urtheil welches angiebt, wie er seyn sollte!
 Und durch dies Beharren gilt es dem Menschen,
 der ihm nicht entstehen kann, endlich für die
 strengste Nothigung. Eine Geschmacklosigkeit ist
 dem Künstler ein Verbrechen. Freilich nur so
 fern er Künstler seyn will! Es ist ihm unvers-
 wehrt, sein misrathenes Bild zu zerstören, und

das Instrument, dessen er nicht Meister ist, zu verschließen; endlich die Kunst ganz aufzugeben.

Nur von Sich Selbst kann der Mensch nicht scheiden. Wäre etwa Er selbst Gegenstand solcher Urtheile: so würden diese, durch ihre zwar ruhige, aber immer vernehmliche Sprache, mit der Zeit einen Zwang über ihn ausüben, — so gerade wie über den Liebhaber, der nun einmal seinen Sinn darauf gesetzt hat, Künstler seyn zu wollen. Es kommt noch hinzu, daß, indem aus der Mitte des Gemüths ein Geschmacksurtheil hervorbricht, es gar oft durch die Art wie es entsteht, als eine Gewalt gefühlt wird, die eigentlich in dem was es spricht, nicht liegt. Glück! wenn ein solcher Ungeßüm gleich anfangs siegt; — er vergeht mit der Zeit; aber das Urtheil bleibt; es ist sein langsamer Druck, den der Mensch sein Gewissen nennt.

Findend eine ursprünglich: practische, also ästhetische, — Nothwendigkeit: biegt der Ethische sein Verlangen, um ihr zu gehorchen. Das Verlangen also, war Glied eines ästhetischen Verhältnisses. Und in so fern richtete der Betrachtende seinen Blick auf Sich, in wiefern in ihm das Verlangen ist, was in dem beurtheilten Verhältniß vorkommt. Uebrigens würde ohne Zweifel die ästhetische Forderung sich ganz gleich bleiben, wenn ein Auctor, in eben dem

Vers

Verhältnisse stehend, der Verlangende wäre. So urtheilen wir über Andre, nur noch leichter als über uns selbst; — und die Forderung gilt — sollte wenigstens dem Andern gelten; und wir muthen ihm an, es selbst so zu finden.

Wollte man nun diejenigen ästhetischen Urtheile, welche sich auf den Willen richten, kennen lernen; d. h. wollte man eine practische Philosophie aufstellen: so müßte man vor allem die Idee eines höchsten Sittengesetzes, als einzigen Spruches der reinen Vernunft, von welchem alle andere Sittenregeln nur Anwendungen wären, ganz und gar aufgeben. Vielmehr, indem man den Willen nach und nach in den einfachsten denkbaren Verhältnissen betrachtete, die aus seinen Richtungen auf sich selbst, auf andere Willen, und auf Sachen, hervorgehn können: würde für jedes dieser Verhältnisse auch ein ursprüngliches, absolut unabhängiges ästhetisches Urtheil, von ganz eigenthümlicher Beschaffenheit, mit unmittelbarer Evidenz hervorspringen. — Man hätte nachher die so erhaltenen Urtheile zu construiren; eine Lebensordnung daraus zu bilden. Dies würde leicht gelingen, wenn man dieselben gleich Anfangs in ihrer eigenthümlichen Klarheit, in ihren einfachsten und präzisesten Bestimmungen, unvermischt mit irgend etwas Fremdem, und unentstellt durch Versuche

N 2

fals

falscher Philosophie, eins auf das andre zu reduciren — gewonnen hätte. Der Gegenstand erklärt ohne Mühe, warum es schwer wird, aus denjenigen Beurtheilungen, wozu das tägliche Leben zufällig und zerstreut veranlaßt, ein festes System practischer Gesinnungen zu errichten, von welchem der Character Solidität und Einheit erhalten könnte. Hätte aber die Wissenschaft bei dieser Construction für die Wichtigkeit der Zeichnung gesorgt; so würde der Reichthum des Lebens, theils verklärt durch Dichtung, theils eindringend als Wahrheit der Geschichte, jene Zeichnung bald im Ganzen, bald theilweise, mit abwechselnder Färbung angeweilt, durch diese oder jene Contraste gehoben, darstellen helfen. —

Doch dieser pädagogische Gedanke kommt zu früh; wiewohl nur um ein wenig. Denn die Anwendung der allgemeinen Betrachtungen ist nahe; es bedarf nur noch eines Rückblicks auf den sittlichen Gehorsam. Wie verhält sich dieser zu jenem System der practischen Vernunft *)?

Das

- *) Unsere Psychologie wolle nicht übel nehmen, daß die practische Vernunft hier zum Theil mit der ästhetischen Urtheilskraft zusammenfällt; daß sie dagegen von einer Verwandtschaft mit transcendentaler Feyerheit so gar Nichts weiß! *Ch. 48*

in

Das Gehörende soll Wille seyn und bleiben.
Aber seine Richtung soll es zum Theil an-
derh *). Man ist ursprünglich alles Wollen,
Begehren, Verlangen, auf Gegenstände ge-
richtet.

Und man glaube nicht, diese Gegenstände ste-
hen sich nach Gefallen unter dem Wollen gleich-
sam verschoben. Wer wenig will, dem ist alles
verleidet, sobald man ihm dies versagt. — Al-
so nur in der Abstraction kann man den Willen
von seiner Richtung scheiden.

Aber

In der That nicht abzusehn wie die letzte in eine
practische Philosophie nach seinem Entwurf, hin-
einkommen sollte. Man könnte sie eben so gut
in die theoretische Kunst oder Plastik einmen-
gen. — Wegen der historischen Folgen trübe
man sich verläufig mit der Erziehung. — Der
theoretischen Philosophie aber muß es höchst will-
kommen seyn (wie Kant w. nigstens deutlich ge-
nung hat merken lassen,) wenn sie nicht mehr nö-
thig hat, um ihrer Schwester willen seinen Aus-
begriff zu dulden, dessen Widerstehn sie sich sonst
gewiß längst gekümmert hätte, und vielmals zu ge-
stehn auf dem Wege war.

*) Man vergleiche hier die *αἰσθησις*, u. *αἰσθησις*
Sphäre des Plato, hauptsächlich nach der Dar-
stellung im 4ten Buche der Republik.

Aber wer viel kennt und denkt, der versangt viel; und wissen, Verstellungen wohl associirt sind, dem associirt sich auch das Verlangen. Die Richtung des Verlangens ändern, heißt es gerüch, ein Verlangen anhalten, so aber, daß neben ihm gleich ein andres bereit sey hervorzutreten. Dies vermag nur ein vielgewandter und vielgeweckter Geist. Eben darum wird es Männern leichter als Kindern. Aber schon wohlgezeugenen Kindern ist eben durch die Zucht eine Freyheit gegeben und erworben, jedes Verlangen für den Augenblick ohne große Mühe anzuhalten; — eine Freyheit übrigens, die für sich allein mit der Sittlichkeit noch gar nichts gemein hat. Man sieht indeß sogleich, daß es nur noch darauf ankommt, ob Egoismus, oder practische Vernunft sich ihrer bemächtigen werde; im einen Fall wird sie Klugheit, im andern Sittlichkeit. — —

Es liegt denn also hier gleich vor unsern Augen das Erste der Zucht. Wir sollen viel Verlangen wecken; — aber durchaus keinem gestatten, zügellos hinzuströmen auf seinen Gegenstand. Es soll scheitern, als läge ein unermesslicher Vorrath von Willen eingeschlossen in einem ehernen Behälter, den nur die Vernunft öffne, wo, wann, wie sie wolle. So wird es scheinen, wenn von Anfang an die Verührung durch
Gegenw

Gegenstände möglichst vielförmig, der stets fühlbare Zügel aber unter Umständen wirksam genug ist, um dem Gemüth best einzuprägen: es sey auf Erreichung keines Gegenstandes unbedingt zu rechnen. Daß übrigens die Zucht am besten als unpersonliche Nothwendigkeit sich darstellt; und daß sie durch viel Liebe, viel freye Gefälligkeit, vergütet werden muß, ist bekannt; wie überhaupt die Kunst, alles was den Kindern Eigensinn heißt, auszulöschen, ohne ihrer Heiterkeit zu schaden, hier vorausgesetzt wird.

Wie man nun das rohe Verlangen hüten soll, daß es sich nicht durch die That seine Kraft beweise, und dadurch entschiedner Wille werde: so muß dagegen, wo sich richtige Ueberlegung erhebt, dieselbe in Handlung gesetzt, und bis zur Erreichung ihres Zwecks unterstützt werden. So erfährt die Vernunft, was sie vermag; und faßt Muth, zu regieren.

Sehn wir einen Knaben, der, — verdanke er es nun der Kunst, oder der Natur und dem Zufall, — sich viel versucht, aber was er nicht findet, leicht verläßt, was er bedacht hat, nicht kräftig durchsetzt; einen Knaben, den man auf alle Weise leicht wecken, durch ungemessene Behandlung leicht reizen, durch die besten Worte leicht lehren, wenden, beschämen kann: Dañ erörtern wir uns des Einflusses, und

weissagen ihm Gutes. Wir nennen ihn frey, weil wir voraussetzen, er werde mit seinen offenen Augen schon finden, vernehmen, was vernünftig sey; und in ihm liege kein Widerstand, der das Urtheil schweigen heissen und es überwältigen könnte.

Aber wir vergessen vielleicht, daß es noch dars auf ankommt, was denn für eine Welt der Knabe vor sich finden, beurtheilen, und zu behandeln sich üben werde.

Diese Welt sey ein reicher, offner Kreis voll mannigfaltigen Lebens! So wird er sie mustern in allen ihren Theilen. Was er erreichen kann, wird er rühren und rücken, um dessen ganze Beweglichkeit zu erforschen. Das andere wird er betrachten, und sich im Geiste dahin versetzen. Die Menschen und ihr Betragen wird er meistern, die Lebensarten und Stände nach Glanz und Wortheil und Ungebundenheit vergleichen. Er wird — wenigstens in Gedanken — nachahmen, kopiren, wählen. Faßt irgend ein solcher Reiz ihn, so wird er calculiren: — und er ist der ächten Sittlichkeit verloren!

Oder aber es fessele ihn Nichts. Die Knabenjahre mögen ihm vergehn unter beständigen Antrieben augenblicklicher Lust. Nur daß er seiner Körperkraft, seiner Gesundheit, seiner Reizbarkeit von Bedürfnissen, und seiner innern

Hal-

Haltung gewiß sey; und daß er eine Summe
 scharfbemerkter Erscheinungen in gelegentlicher
 Auffassung gesammelt habe, um unter den Din-
 gen der Welt sich nicht fremd zu fühlen. Er
 werde nun des Anstandes gewahr, den der ers-
 te Eintritt in die Gesellschaft vom erwählten
 Jünglinge fordert. Mit der Ehen zu fehlen,
 mit dem Wunsch zu lernen, übrigens ruhig, ohne
 etwas zu suchen noch zu fürchten, trete er ein,
 und schaue umher! So wird seine concentrirte
 Besonnenheit alle Verhältnisse fassen; der Ge-
 gensatz des Pückerlichen und des Schicklichen
 wird sein Urtheil so leicht wie sein Betragen des-
 stimmen. Und neben dem Schicklichen wird er
 finden, was ehre, und schände, die Redlichkeit
 und Treue, die Falschheit und den Verrath.
 Und wenn er nur wirklich ein nachahmendes
 Gemüth hat, so ist er ursprünglich voll Theil-
 nahme, voll eingehenden Sinnes in Anderer Lei-
 den und Hoffen; — aufgelegt ist er demnach auch
 zu der Besinnung, die das Schöne der Seele,
 die Güte, erkennt und schätzt. Aus diesen Auf-
 fassungen wird er sich ein Gesetz bereiten, und
 eine Pflicht, dem Gesetz zu folgen; denn er
 kann nicht anders, er müßte sich selbst schmä-
 hen, wenn er nicht folgte. Darum will er fol-
 gen, und er vermag es; und Ihr werdet ihm
 abermals, mit vermehrtem Nachdruck, frey-

nennen; und mit Recht, in dem edelsten Sinn des Worte; — wüßtet Ihr auch noch so genau, wie er es wurde und werden mußte. —

Ob er es wurde oder nicht, und wie weit: das kam an den psychologischen Zufall; ob er sich eher vertiefte in die Berechnungen des Egoismus, oder in die ästhetische Auffassung der ihn umgebenden Welt. Dieser Zufall soll nicht Zufall bleiben. Der Erzieher soll den Wuth haben, vorauszusehen; er könne, wenn er es recht anfanget, jene Auffassung durch ästhetische Darstellung der Welt früh und stark genug durchsetzen, damit die freie Haltung des Gemüths nicht von der Weltsflucht, sondern von der reinen practischen Ueberlegung das Gesetz empfangt. Eine solche Darstellung der Welt, — der ganzen bekannten Welt, und aller bekannten Zeiten, um nöthigenfalls die üblen Eindrücke einer ungünstigen Umgebung auszuwischen, — diese möchte wol mit Recht das Hauptgeschäft der Erziehung heißen; wofür jene Zucht, die das Verlangen weckt und kündigt, nichts als nothwendige Vorbereitung wäre.

Der Begriff einer ästhetischen Auffassung der Welt ist weiter, als der, der ähnlichen Auffassung des menschlichen Verlangens; folglich weiter, als die Stillschließung unmittelbar fordert. Und es sollte

sollte es seyn: Denn wiewohl unsere Gegenstände uns zufällig sind, und wiewohl es sehr wichtig ist, so viel als möglich zum Zufälligen zu rechnen: so ist es uns doch nicht möglich, aus der Sphäre des Aeußeren überhaupt zu scheiden. Und nun erheben sich so mancherley Forderungen, des Geschmacks, deren Art zu fordern im Grunde keine andre ist, als die der ästhetischen Beurtheilungen des Willens. Ihre Nothigung wird auch in dem Maas stärker gefühlt, wie uns das Aeußere näher anhängt. Daher die Gewalt, womit die äußere Ehre, der Anstand, der gesellschaftliche Ton, — kurz womit alles, was zur Ablegung der Rohheit gehört, unter Menschen von angefangener Bildung seine Ansprache gelten macht. — Man sagt, es gebe nur Eine Tugend. Dergleichen eben so richtig könnte man sagen, es gebe nur Einen Geschmack. Wer ihn irgendwo mit kalter Besinnung verkennt; der ist auf dem Wege, das Eitliche wo nicht zu verlassen, so doch es mehr auf die fremdartigen Principien zu stützen, welche vom Streben nach innerer Größe und Wohlfahrt, oder von bürgerlicher und religiöser Klugheit herrühren.

Wie nun eine allgemein ästhetische Darstellung der Welt angelegt werden müsse, darüber hier nur das eine Wort — eigentlich Wiederholung des Vorigen: Man hüte sich, die Geschmackes

schlußsurtheile auf einander zu reduciren. Und, was darauf zurückkommt: Man hüte sich, Collisionen zu läugnen: Wird aber, hier weiter un-
ten, viele und frühe Lectüre klassischer und ge-
wählter Dichter — wird Vorübung der Sinne
zum Auffassen der Kunstwerke aller Art gefes-
tigt, so kann der Zusammenhang, auch der ver-
schwiegenen Gründe, leicht errathen werden.

Nur noch einige Hauptzüge von jener Dar-
stellung der Welt, sofern sie das Sittliche un-
mittelbar angeht.

Es versteht sich, daß die einfachen Grundur-
theile über den Willen *), zwar nicht als For-
meln, aber als Beurtheilungen individueller Fäl-
le, eben wegen ihrer Einfachheit und absoluten
Priorität schon dem Kinde nicht entgehen können,
wosern ihm nur die Gelegenheiten von der Um-
gebung dargeboten werden. Es ist oft gesagt,
und hoffentlich allgemein erkannt, daß die zärts-
liche

*) Man hat gegenwärtig Ursache, sich gegen den
Verdacht zu schützen, als wolle man eine neue
Sittlichkeit erfinden, und dadurch den strengen
Forderungen der alten und achten hohnsprechen.
Dahin mögen hier die bekannten Namen: Reche-
tschaffen, Güte, Selbstbeherrschung, stehen.
Die schärfere Bestimmung bleibt vorbehalten.
Sie wird ihr Verdienst darin suchen, Nichts
zu Neues, aber das Alte deutlicher zu sagen.

Ilhe Sorge der Mutter, der freundliche Ernst des Vaters, die Verketzung der Familie, die Ordnung des Hauses, vor den unbefangenen Blicken des Kindes in aller Reinheit und Würde dastehn müssen; weil es nur beurtheilt, was es bemerkte, ja weil das was es sieht, ihm das Einzig Mögliche, und das Muster seiner Nachahmung ist.

Gesetzt, diese erste Bedingung sey erfüllt; (oder späterhin erträglich ersetzt durch die wohlthätige Humanität eines nicht gemeinen Lehrers): wie schreitet von hier aus die Erziehung weiter? Sie muß den engen Kreis verlassen: sie zeigt die tadelnswürdigste Schwäche, wenn sie das Kind, das hier ausgelernet hat, und weiter blickt und strebt, aus Furcht vor dem was draussen ist, noch länger auf das Nächste beschränken will. — Aufwärts und abwärts hat sie fortschreiten. Aufwärts giebt es Einen Schritt; nur Einen, und nichts Höheres mehr. Abwärts — eine unendliche Weite und Tiefe. Nach jener Seite muß das übersinnliche Reich sich öffnen; denn im Sichtbaren ist der Familienkreis selbst das Schönste und Würdigste! Aber nach der entgegengesetzten hin liegt die Wirklichkeit; und zeigt theils von selbst mit zudringlicher Einnenklichkeit ihre Mängel und ihre Noth, theils ist es Pflicht der Erziehung, vollends aufzuheben.

was der Jüdling nicht sieht, und doch sehen muß
um als Mensch leben zu können.

Da aber die Contraste einander gegenseitig
heben, und desto mehr, je weiter sie sich von der
Mitte entfernen: so würde man leicht auf die
Regel kommen: immer nach beyden Seiten zu-
gleich; und gleichmäßig, fortzugehn, um neben
immer stärkerem Schatten immer stärkeres Licht
nur desto glänzender hervortreten zu machen; —
wenn nur der Weg nach beyden Seiten gleich of-
fen wäre, und auf ähnliche Art fortläufe. —

Gott, das reelle Centrum aller practischen
Ideen, und ihrer schrankenlosen Wirksamkeit;
der Vater der Menschen, und das Haupt der
Welt: Er fülle den Hintergrund der Erinnerung,
als das Aelteste und Erste, bey dem alle Befin-
nung des, aus dem verwirrten Leben zurückkehren-
den Geistes, immer zuletzt anlangen müsse: um,
wie im eigenen Selbst, in der Feyer des Glau-
bens zu ruhen. — Aber eben darum, weil das
Höchste schon unter den frühesten Gedanken,
an welchen die Persönlichkeit des werdenden Men-
schen hängt, sich seinen Platz hefestigen soll; und
weil es, als das Höchste, nun ferner nicht
mehr erhöht werden kann: so ist Gefahr, span-
nende es, bey fortwährendem Hinbesten des
Geistes auf den Eingenang einfachen Punct,

nur

nur veranstellen, man werde es zum Gemeinen, ja zum Langweiligen herabziehen; und langweilig darf der G-danke, der unaufhörlich die menschliche Schwäche beschämt und tadelt, gewiß nicht werden, oder er erleide der ersten Verwegenheit, womit der speculierende Trieb es unternimmt, sich seine Welt selbst zu bauen. — Lieber noch sollte man die Idee weniger noch erhalten; um sie zu der Zeit unverdorben vorzufinden, da der Mensch zur Haltung in den Stürmen des Lebens ihrer bedarf. Aber es giebt ein Mittel, sie langsam zu ernähren, zu verstärken, auszubilden, und ihr eine unaufhörlich steigende Verehrung zu sichern, — ein Mittel, das demjenigen, der sie theoretisch kennt, zugleich für das einzige gelten muß: — dies nämlich, sie fortdauernd durch Gegensatz zu bestimmen.

Und eben dies ist es auch, was jene andre Richtung der fortschreitenden Darstellung der Welt ganz von selbst herbeiführt.

Aus Gründen, deren Nachweisung hier zu weitläufig wäre, erhellt, daß der Unterricht zwey getrennte, aber stets gleichzeitig fortlaufende Reihen, von unten auf, jenem höchsten, besten Puncte entgegen zu führen habe, um endlich beyde in ihm zu verknüpfen; — man kann diese Reihen durch die Namen: Erkenntniß, und

und Theilnahme, unterscheiden. Die Reihe der Erkenntniß fängt natürlich an bey den Uebungen zur Schärfung und ersten Verarbeitung der Anschauungen und der nächsten Erfahrungen: kurz, bey dem ABC der Sinne. Etwas schwerer würde es seyn den Anfangspunct der Reihe für die fortschreitende Theilnahme anzugeben, und den angegebenen zu rechtfertigen. Die genauere Betrachtung entdeckt bald, daß dieser Punct nicht in der jetzigen Wirklichkeit liegen kann. Die Sphäre der Kinder ist zu eng, und zu bald durchlaufen; die Sphäre der Erwachsenen ist bey cultivirten Menschen zu hoch, und zu sehr durch Verhältnisse bestimmt, die man dem kleinen Knaben nicht begreiflich machen will, wenn man auch könnte. Aber die Zeit-Reihe der Geschichte endigt sich in die Gegenwart, und in den Anfängen unsrer Cultur, bey den Griechen, ist durch classische Darstellungen eines ideallischen Knabenalters, durch die homerischen Gedichte, ein lechter Punct für die gesammte Nachwelt fixirt worden. Scheut man es nicht, die edelste unter den Sprachen, vor der recipirten gelehrten Sprache im Unterricht voranzugehn zu lassen: so wird man theils unzählige Schiebheften und Verdrückungen in allen dem vermeiden, was irgend zur Einsicht in die Literatur, in die Geschichte der Menschen, der Meinungen,

der Künste u. s. w. gehört *): theils ist man sicher, dem Interesse des Knaben Begebenheiten und Personen darzubieten, deren es sich ganz bemächtigen, und von wo aus es übergehn kann zu unendlich mannigfaltigen, eignen Reflexionen über Menschheit und Gesellschaft, und über die Abhängigkeit beyder von höherer Macht.

Die früheste Bildung des kindlichen Gefühls müßte ganz verfehlt seyn, wenn der, nach gesättigter Freude am Unterhaltenden zurückbleibende, sittliche Eindruck jener alten Erzählungen, irgend zweydeutig seyn könnte. Schon das Verhältniß der Fabel zur Wahrheit, und der Nothwendigkeit zur Bildung muß dem Knaben allenthalben hervorspringen, wenn er jenes Bild vergleicht mit dem Kreise in dem er lebt. Und der doppelte Gegensatz — theils zwischen den Menschen des Dichters, und den Seinen, die er liebt und ehrt, — theils vollends zwischen jenen Göttern, und der Vorsehung, die er sich denkt nach dem

Bilde

*) Dieser Gegenstand ist so wichtig und so reich, daß er ein eigenes Buch erfordern würde. Der Verfasser schreibt hier nicht ohne sprechende Erfahrungen der Ausübbarkeit. Viele Gründe geben übrigens der Odyssee vor der Ilias den Vorzug. Aber nach zurückgelegtem 10ten Jahre würde dieser Anfang zu spät kommen.

Wilde der Eltern und die er anbetet nach ihrem Beispiele: — dieser Gegensatz thut bey einem rein gehaltenen jugendlichen Gemüth gerade die umgekehrte Wirkung wie bey denen, welche vor der Langeweile gedehnter Religionsvorträge Schutz suchen bey Phantasien, mit denen sie dreist spielen dürfen, und Erfatz in Kunst-Üebungen, woran sie ihre eigne Meisterschaft zu bewandern hoffen. — Der Knabe spielt in der Wirklichkeit; spielend realisirt er sich seine Phantasien. Wäre einer so unglücklich, daß er der Gottheit ihr unsinnliches Reich mißgönnte, und darin für seine Fiktionen leeren Raum verlangte: der müßte wenig äußerliches Leben haben; man müßte seine Diät verbessern, und seine gymnas- tischen Uebungen vermehren.

Aber die Welt, wie er sie betrachtet in den Stunden des Ernstes, dehne sich weiter und weiter; zwar immer gelegen zwischen den gleichen Extremen, dränge sie gleichsam dieselben in weitere Fernen hinaus, damit Platz werde für die Menge der Charactere, welche am Faden der Geschichte hereintreten, jeder beleuchtet, wo möglich, durch seinen ersten classischen Beschreiber, sonst wenigstens durch den Schein, der von den reinsten Quellen des historischen Lichtes her sich verbreitet über die dunklern Strecken. Perioden, die kein Meister beschrieb, deren Geist auch

auch kein Dichter athmet, sind der Erziehung wenig werth. Aber lehrt man die Sprachen der Schriften wegen, so ist es seltsam, wenn man den Schriften das Interesse nimmt durch vorgreifende Erzählungen im nüchternen Auszuge, vollends in dem albernen Tone, der die Kindlichkeit nachahmen möchte. — Den neuern Zeiten gehört ein anhaltendes Studium des reisenden Jünglings; in der frühern Welt, hauptsächlich der alten, wird der Knabe mit Muße wandeln können, wenn er, wie er sollte, nur eben erwachsen der bedürfnißvollen Kindheit, seinen Sommer anfang.

„Jedem das Seine!“ Diesem Ausspruch werde sein Recht bey jeder Darstellung, Betrachtung, Beleuchtung, der mannigfaltigen Charactere. Das Reine, das Saubere, was jede ächte Poesie zeigt, wenn sie Individualitäten aufstellt und gruppirt: dies, wo nicht nachzuahmen, so doch es aus ihren Händen dankbar zu empfangen und sorgsam zu benutzen, ist die erste Pflicht des Erziehers. Aber das Gemälde, was Er aufstellen soll, hat keinen Rahmen; es ist offen und weit, wie die Welt. Daher fallen hier alle Eigenheiten, wodurch sich die Gattungen der Poesie unterscheiden; und nackt und bloß steht jedes Schwache und jedes Schlechte, was sich sonst mit der Absicht des Kunstwerks entschuldigt.

Das Gewissen geht mit in die Oper! wie sehr immer der Dichter prof' fire Ihn bannt der Erzieher aus seiner Sphäre, gesüßt auf Plato's Ansehn, — wo nicht die Wahrheit, die Deutlichkeit des Schlechten, zur Läuterung des Bessern, zur Erhöhung des Guten, dienen kann und dienen will.

Indem nun durch die Lectüre der Dichter und Historiker, durch wachsende Menschenkenntniß, und durch moralische und Religions-Vorträge, die den vorher gelieferten Stoff verarbeiten helfen, sich fortbauern die sinnen unterworfen, die Beobachtung der Phänomene der Charactere, und die Schätzung ihrer Dimensionen nach sittlichem Maas, sich berichtigt; und eben dadurch die Elemente der practischen Idee von Gott, an Klarheit und Würde stets gewinnen: tritt, von der Selte der Erkenntniß her, in steigender Deutlichkeit, der Begriff der Natur hervor, als des Systems der Kräfte und Bewegungen, die, im einmal angeschobnen Gange streng beharrend, von Gesetz und Ordnung und von scharf bestimmtem Maas das Muster uns verzeichnen. — Wie mangelhaft wäre die Darstellung der Welt, wie wenig in ihr das Wirkliche, das Gegebene befaßt, wie fabelähnlich schwebte sie im lustigen Gedankens-Raum, wenn man die Natur ausließe! Und wie

Wie schlecht würde sie dem Geist des vernünftig
gestalteten Lebend entsprechen! Glaubt man,
allein durch die sittlichen Ideen, handeln zu könn-
en? — Mitten in der Natur steht der Mensch,
selbst ihr Theil, im Innersten durchströmt von
ihrer Macht, erwidert die äußere Gewalt
durch seine eigne, nach seiner Art, nach seinem
Wesen, erst denkend, dann wollend, dann wir-
kend. Durch seinen Willen geht die Kette der
Natur. Aber an Einer bestimmten Stelle für
Einen bestimmten Willen! Dies Schicksal,
entstanden einzig aus der Individualität
der Lage, die jedem bestimmten Exemplar der
Gattung unvermeidlich eine claque ward, — ent-
gegengesetzt der Abkunft vom höchsten Plan der
Natur, welchen für die Gattungen zunächst
die allgemein erbauende Vorsehung entwarf: —
dies Schicksal ist die Noth, welche den Men-
schen drängt; es ist diese Noth, die er noth-
wendig sehen und bedenken muß, um
seine Schritte, und das Maas seiner Schritte
für jeden einzelnen Augenblick richtig zu bestim-
men. Denn die sittliche Idee ruft zwar dem über
schlechte, aber sie verflammt dem Einzelnen, so
fern er einzeln ist; sie weiß Nichts von seiner
nächsten Schranke; sie tadelt und beschämt, aber
helfen kann sie nicht; — sie will ihn am Ziele,
er ist auf dem Wege, aber sie weiß nichts vom
Wege,

Die Danksagung ist eine Sache, die
man nicht leichtfertig machen sollte. Man
muss sich überlegen, was man danken
will. Ist es eine kleine Sache, die man
empfangen hat, oder eine große? Ist es
etwas, das man dringend braucht, oder
etwas, das man nur zum Schmuck
hat? Ist es etwas, das man
schon lange erwartet hat, oder
etwas, das man nur zum Spaß
empfangen hat? Ist es etwas, das
man sich leisten kann, oder
etwas, das man nicht leisten kann?

Die Danksagung ist eine Sache, die
man nicht leichtfertig machen sollte. Man
muss sich überlegen, was man danken
will. Ist es eine kleine Sache, die man
empfangen hat, oder eine große? Ist es
etwas, das man dringend braucht, oder
etwas, das man nur zum Schmuck
hat? Ist es etwas, das man
schon lange erwartet hat, oder
etwas, das man nur zum Spaß
empfangen hat? Ist es etwas, das
man sich leisten kann, oder
etwas, das man nicht leisten kann?

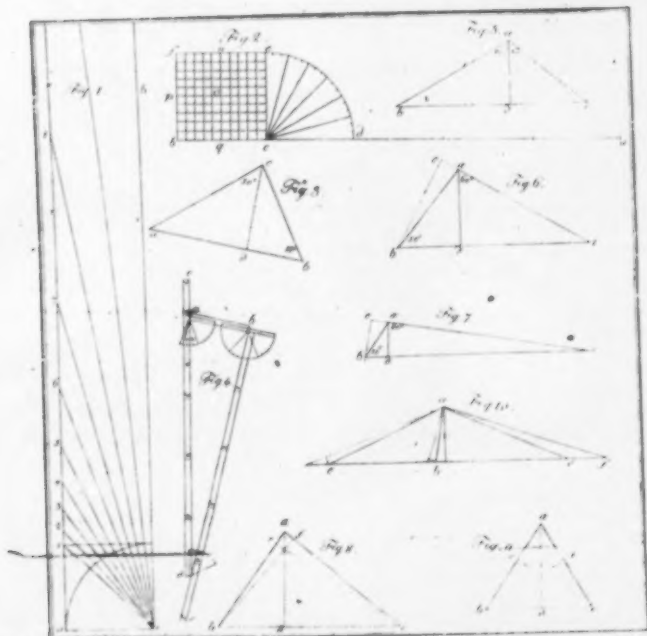
111

Die Danksagung ist eine Sache, die
man nicht leichtfertig machen sollte. Man
muss sich überlegen, was man danken
will. Ist es eine kleine Sache, die man
empfangen hat, oder eine große? Ist es
etwas, das man dringend braucht, oder
etwas, das man nur zum Schmuck
hat? Ist es etwas, das man
schon lange erwartet hat, oder
etwas, das man nur zum Spaß
empfangen hat? Ist es etwas, das
man sich leisten kann, oder
etwas, das man nicht leisten kann?

Im ten Buchstaben.

Somit müssen dem Leser beide Tabellen sorgfältig
sorgsam durchgesehen, und beider Vergleichung gesehen sein:
auch muß die erste Tabelle vorn vor dem Ein-
zelblatt, die zweite ganz am Ende, hinter
der Kupfertafel, eingebunden werden.





Zweite Tabelle. Bestimmung der Musterdreiecke durch das Verhältniß der Seiten.

VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	XIII.	XIV.	XV.	XVI.	XVII.		
$\frac{60}{20}$	$\frac{35}{21}$	$\frac{50}{22}$	$\frac{45}{21}$	$\frac{40}{22}$	$\frac{35}{21}$	$\frac{30}{20}$	$\frac{35}{21}$	$\frac{30}{21}$	$\frac{25}{21}$	$\frac{20}{20}$	$\frac{5}{21}$		
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	5,7182	11,430	[9]	85
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	5,7182	11,473	[10]	80
.	.	.	.	.	.	.	.	2,8793	3,8050	5,6713	11,209	[11]	75
.	.	.	.	.	.	.	.	2,8793	3,8490	5,7587	11,430	[12]	70
.	.	.	.	.	.	1,9318	2,3855	2,8243	3,7320	5,6525	11,083	[13]	65
.	.	.	.	.	.	1,9318	2,3304	2,9137	3,8937	5,7303	11,209	[14]	60
.	.	.	.	1,4610	1,6183	1,8704	2,2335	2,7474	3,6306	5,4115	10,782	[15]	55
.	.	.	.	1,4610	1,6840	1,9490	2,3572	2,9238	3,8490	5,6713	11,083	[16]	50
.	1,1811	1,1817	1,4055	1,5804	1,8126	2,1445	2,6409	3,5017	5,2192	10,309	10,309	[17]	45
.	1,1811	1,3289	1,5027	1,7169	1,9924	2,3562	2,9127	3,4050	5,5625	10,782	10,782	[18]	40
I,	1,0572	1,1305	1,2247	1,3473	1,5098	1,7320	2,0403	2,5320	3,3461	4,9872	9,9365	[19]	35
I,	1,1064	1,2207	1,3600	1,5321	1,7368	2,	2,3572	2,8793	3,7320	5,4115	10,309	[20]	30
I,		1,0693	1,1581	1,2743	1,4281	1,6383	1,9383	2,3950	3,1610	4,7173	9,3087	[21]	25
I,	1,1471	1,2009	1,3027	1,5498	1,7434	1,9924	2,3302	2,8243	3,6306	5,2192	9,9365	[22]	20
		I,	1,0813	1,1017	1,3356	1,5321	1,8126	2,2307	2,9598	4,4115	8,7804	[23]	15
		I,	1,4088	1,5552	1,7368	1,9996	2,3855	2,7474	3,5017	4,9872	9,9877	[24]	10
		I,	1,1102	1,2328	1,4143	1,6731	2,0674	2,7320	3,4071	4,0721	8,1132	[25]	5
		I,	1,5498	1,7169	1,9318	2,2335	2,6497	3,3461	4,7173	5,7894	8,7894	[26]	
		I,	1,207	1,2855	1,3209	1,8704	2,2835	2,7016	3,7016	5,2192	7,3751	[27]	
		I,	1,5321	1,8040	1,8794	2,1445	2,5320	3,1650	4,4115	5,7894	8,1132	[28]	
		I,		1,1472	1,3572	1,6770	2,1611	2,7016	3,3031	4,0720	6,5810	[29]	
		I,		1,8126	2,0492	2,3950	2,9597	3,7016	4,7173	5,7894	7,3751	[30]	
		I,		1,1811	1,4619	1,8126	2,2307	2,7320	3,4071	4,0721	5,7894	[31]	
		I,		1,6383	2,0674	2,5320	3,0311	3,7320	4,4115	5,2192	6,5810	[32]	
		I,			1,1472	1,3572	1,6770	2,1611	2,7016	3,3031	4,0720	[33]	
		I,			1,8126	2,0492	2,3950	2,9597	3,7016	4,7173	5,7894	[34]	
		I,			1,1811	1,4619	1,8126	2,2307	2,7320	3,4071	4,0721	[35]	
		I,			1,6383	2,0674	2,5320	3,0311	3,7320	4,4115	5,2192	[36]	
		I,			1,1472	1,3572	1,6770	2,1611	2,7016	3,3031	4,0720	[37]	
		I,			1,8126	2,0492	2,3950	2,9597	3,7016	4,7173	5,7894	[38]	
		I,			1,1811	1,4619	1,8126	2,2307	2,7320	3,4071	4,0721	[39]	
		I,			1,6383	2,0674	2,5320	3,0311	3,7320	4,4115	5,2192	[40]	
		I,			1,1472	1,3572	1,6770	2,1611	2,7016	3,3031	4,0720	[41]	
		I,			1,8126	2,0492	2,3950	2,9597	3,7016	4,7173	5,7894	[42]	
		I,			1,1811	1,4619	1,8126	2,2307	2,7320	3,4071	4,0721	[43]	
		I,			1,6383	2,0674	2,5320	3,0311	3,7320	4,4115	5,2192	[44]	
		I,			1,1472	1,3572	1,6770	2,1611	2,7016	3,3031	4,0720	[45]	
		I,			1,8126	2,0492	2,3950	2,9597	3,7016	4,7173	5,7894	[46]	
		I,			1,1811	1,4619	1,8126	2,2307	2,7320	3,4071	4,0721	[47]	
		I,			1,6383	2,0674	2,5320	3,0311	3,7320	4,4115	5,2192	[48]	
		I,			1,1472	1,3572	1,6770	2,1611	2,7016	3,3031	4,0720	[49]	
		I,			1,8126	2,0492	2,3950	2,9597	3,7016	4,7173	5,7894	[50]	

212

Ueber den
Standpunct der Beurtheilung
der
Pestalozzischen Unterrichtsmethode

eine Gastvorlesung
gehalten im Museum zu Bremen

von
J. J. Herbart
Dr. der Philosophie.

Bremen,
bei Carl Seyffert
1804.



Ein Durchflug, wie mein jetziger durch Bremen, giebt zwar nicht die Zeit, um einen öffentlichen Vortrag regelmäßig auszuarbeiten. Aber es ist mir eine freundschaftliche Aufforderung entgegengekommen, der ich um so lieber entsprechen habe, da ich schon vor einigen Jahren Gelegenheit hatte, die Nachsicht des hier versammelten verehrlichen Publicums an mir selbst zu erfahren.

Nicht bloß eine Vorlesung überhaupt ist von mir verlangt worden; man hat mir auch das Thema aufgegeben. Ich soll von der Pestalozzischen Unterrichtsmethode sprechen. Ueber diesen Gegenstand ist nun schon so viel gesprochen und gehört, das Publicum ist durch Lees

res Posaunen zu so hohen Erwartungen gespannt, und durch die trockenen Elementarbücher so leicht abgesehreckt, — ich selbst habe schon den so vielen Gelegenheiten mündlich und schriftlich mich darüber erklärt, daß es wenigstens für mich wol endlich Zeit seyn möchte, von dieser Sache zu schweigen. Indes, da ich mich doch einmal dahin gebracht sehe, Sie mit rhapsodisch hingeworfenen Gedanken unterhalten zu müssen, so läßt sich denn auch das Vielbesprochne wohl zum Anknüpfungspunct benutzen, von wo eine freye Ideen-Association ausgehn mag, die vielleicht ein gutes Glück auf interessante Punkte hintreiben wird, denn solcher liegt hier gewiß eine Menge in der Nähe.

Es ist der Pestalozzischen Sache selbst nicht gut, wenn man den Blick gar zu stark auf sie allein hinsetzt. Sie hängt in dem Kopfe des Erfinders mit allerley Begriffen und Bestrebungen zusammen, die er nie deutlich ausspricht. Männer, die ein gar zu spätes Alter erwarten, ehe sie ihre Wirksamkeit beginnen, haben gewöhnlich das Schicksal, daß sie aus der Menge

ihrer angehäuften Ideen und Absichten nicht mehr herausfinden können. Der nun verewigte Kant hätte gewiß die lästige Weitſchweifigkeit seiner Schriften vermieden, wenn er zu einer Zeit hervorgetreten wäre, wo seine Untersuchungen ihm selbst noch neuer waren, wo er leichter jede einzeln dachte, wo er noch nicht so viel Terminologie dazu erfunden hatte. Das Bedürfniß alles mit Namen und Kunstworten zu bezeichnen, wird erst dann lebhaft, wann die Masse dessen, was vorliegt, zu groß wird, um das Einzelne an seiner eignen Gestalt deutlich zu erkennen und zu unterscheiden. — Von Pestalozzi kommt noch hinzu, daß es ihm zu sehr an wissenschaftlichen Hülfsmitteln fehlte, und vielleicht noch mehr an der nöthigen Kaltblütigkeit, um das wissenschaftliche Handwerkszeug zu gebrauchen, die gelehrten Specereien gehörig zu kochen und zu mischen, und ordentliche Recepte zu schreiben, wie wir andern ihm seine Kunst nachmachen sollen. Freilich mußte er sich denn doch endlich dazu verstehen, und wenigstens einig von seiner Methode in bestimmten Scha-

Formeln darzustellen, wenn er je auf Verbreitung dieser Methode hoffte. Das aber ist nun auch mit solcher Eitelkeit geschehn, daß man den, ehemals so beliebten, und wegen seiner schönen, lebendigen, anziehenden Schreibart so gepriesenen Pestalozzi, den Verfasser von Lienhard und Gertrud, in einen Schulpedanten, in einen gemeinen Rechenmeister verwandelt glaubt, der sich darin gefällt, ein dickes Buch mit dem Einmal-Eins zu füllen! Auch hier dringt sich mir wieder die Vergleichung mit einem sehr berühmten Philosophen auf. Fichte, der durch einige anonyme Schriften sich so viele feurige Anhänger und eben so feurige Gegner erworben hatte, die nur darin übereinkamen, die Kraft und Klarheit seiner Sprache erstaunenswürdig zu finden, — dieser nämliche Fichte erschien als der ärgste, dunkelste Scholastiker, sobald er seine Wissenschaftslehre verfaßte. Sonderbar in der That, daß gerade die lebendigsten Menschen den allertrockensten Ton annehmen, wenn es ihnen recht darum zu thun ist, sich rein auszusprechen.

Wölfe sagt einmal: Wer das tiefste gedacht,
liebt das Lebendigste! Man sieht, daß dies
auch umgekehrt gilt; daß das höchste Leben
sich in das tiefste Denken hinabzufürzen, eine
eigne Neigung und Fähigkeit hat. Wenn nun
das, was aus dem Leben kommt, wieder zum
Leben führt, so möchten die trockenen Metho-
den wohl nur ein dunkler Durchgang seyn, vom
Lichte zum Lichte! So möchte die Gewalt,
womit jene Männer ihre eigne Kraft bändig-
ten, der Zwang, der sie ihrer Phantasie aus-
thaten, vielleicht ganz wohlthätig auch auf
junge Leute und Knaben wirken, wenn man
sie einer ähnlichen Anstrengung aussetzte! Dar-
auf beruht ja am Ende die ganze Erziehung,
daß der biegsame Knabe, daß das zarte Kind
sich eben so die geistigen und körperlichen
Bewegungen geläufig machen, die wir aus allen
Versuchen und Bemühungen der Männer seit
vielen Jahrhunderten als das Beste und Zweck-
mäßigste herausgesucht haben! — Das Beste
und Zweckmäßigste! Hier liegt der Stein des
Anstößes! Das eben fragt sich, ob Pestaloz-

Arts Formeln besser und zweckmäßiger seyn, als die freundliche, bunte Unterhaltung, die man nur eben so glücklich in die Schulen eingeführt zu haben sich freute. Das eben fragt sich, ob es besser sey, die Kinder Monate lang den den menschlichen Körper beschreiben zu lassen, den sie unaufhörlich mit sich tragen, als ihnen die nützlichen und angenehmen geographischen Kenntnisse bezubringen, wodurch sie Begriffe von der Welt, von ihrer Größe und Schönheit bekommen, u. s. w. Hier, meine hochzuw. Hrn., muß ich vor allen Dingen aufs lebhafteste gegen die Stellung der Frage protestiren. Dies Ob und Oder ist keinesweges meine Art, die Sache zu betrachten. Eins muß das andre nicht ausschließen; das ist der Hauptzahn, auf den ich dringe. Indessen, damit ich nicht zu ernsthaft werde, will ich mir, als einem Reisenden, die Erlaubniß anebitten, eine kleine Reise von hier in ein andres Gebiet zu machen, — in ein Gebiet, mit welchem die Erziehungskunst ganz nahe zusammenzugränzen, das Glück oder das Unglück hat, — wie Sie wollen; — ich meine das Gebiet der Philosophie.

Lassen Sie uns zuvörderst einen Blick werfen auf das Mannigfaltige, was sich in dem Gemüth eines erwachsenen Menschen beisammen findet. Es besteht aus Kenntnissen und Einbildungen, aus Entschliefungen und Zweifeln, aus guten, schlimmen, stärken, schwächen, bewußten und unbewußten Gefinnungen und Neigungen. Es ist anders zusammengesetzt bei dem gebildeten, anders bei dem ungebildeten Manne; anders beim Deutschen als beim Franzosen, Engländer, beim Türken, Neger, und Samojeden. Wie es zusammengesetzt sey, das bestimmt die Individualität des Menschen. Die Erziehung will daran bauen, und bessern, sie weiß nur nicht recht, wie sie es angreifen solle, und wie viel sie sich zutrauen dürfe. — Nun frage ich: Trägt der Mensch das Princip seiner Bildung in sich selbst; so wie in dem Keim die ganze Gestalt der Pflanze vorbereitet liegt? Oder entsteht die Construction seiner Individualität erst in Verlauf des Lebens? Das letzte wäre ungefähr so, als ob, unter gehörigen Umständen eine Flechte während ihres Wachstums sich

zum Moose vervollkommnete, das Moos allmählig zum Grase, das Gras zur Staude, die Staude zum Fruchtbaum werden könnte, oder auch umgekehrt: woben man annehmen müßte, daß keine von diesen Organisationen etwas in sich geschlossnes wäre, sondern daß äußere Zufälle eben so auf den ganzen innern Bau des Gewächses wirkten, und ihn veränderten, wie in der That die Kunst des Gärtners manche Blumen verändert, die gefüllt werden, da sie doch von Natur einfach waren, u. s. w. Die Gartenkunst wäre bey jener Annahme eine viel größere Kunst wie sie jetzt ist, von ihr würden wir die regelmäßigen und schönen Gestalten der Gewächse fordern; und weil die Gärtnner denn doch Menschen wären, so würden sie ohne Zweifel auch manche Schuld der Vernachlässigung oder gar des Verderbnisses auf sich laden, die man ihnen nicht leicht verzeihen würde, weil ein so sinnliches Ding, wie eine Pflanze, jede angenommene Mißgestalt gleich allen Augen verräth. Man würde aber dann auch, je nach dem Geschmaack der

Menschen, andere Völkern und Völkern in Deutschland, andere in Frankreich, und andere in England finden; und jede Nation würde sorgfältig auf den Zuschnitt ihrer Pflanzme halten; gerade so sorgfältig wie jetzt die Väter ihre Söhne, und gute Patrioten den jungen Nachwuchs ihrer Vaterlande nach ihrer Idee oder gar nach ihrem Bilde zu ziehen suchen. — Nachdem ich mich verständlich gemacht zu haben hoffe, gehe ich zu meiner Frage zurück. Ist der Mensch ein seltsames Ding, das seine künftige Gestalt nur auf die Welt bringt, oder nicht? In Rücksicht auf seinen Körper ist er es ohne Zweifel; aber darnach fragen wir nicht. Die Rede ist vom Geiste, vom Character, von dem Interesse, von der ganzen Sinnesart. Hier kommt uns nun ein Haufen von Meinungen entgegen. Die Natur giebt das Temperament, sagen die einen; der Mensch ist von Natur gut, sagen die andern; aber durch die Erbsünde ist er böse geboren, fügen die dritten hinzu. Er wird alles durch Erziehung, meint ein vierter; er macht

und setzt und bestimmt sich selbst, rufen die neuesten Systeme, und vergessen dabei, daß sie selbst an andern Orten die ganze sinnliche Existenz (sowohl für den innern als äußern Sinn), für ein reines Product der Naturnothwendigkeit erklärt haben und erklären mußten. Mit den letztern ist am leichtesten fertig zu werden. Für intelligible Welt haben diese Philosophen selbst jeder Einwirkung verschlossen; es wäre zu wünschen, daß sie auch keine Wirkung da herauskommen ließen, damit unsre Sinnenwelt, d. h. alles, was wir nur irgend in unserm Bewußtseyn entdecken können, ganz ungestört seinen Gang gehn könnte. Man würde alsdann dem sinnlichen Menschen zuschreiben, was der sinnliche Mensch gethan hat; und man würde das, was er thun soll, von der Erziehung und von den gesellschaftlichen Einrichtungen fordern, die doch am Ende in der Macht der Menschen stehn, da hingegen mit der intelligiblen Welt gar nichts anzufangen ist. Lassen wir nun diesen reinen Traum, der von der Psychologie für ein Hirngespinnst,

von der Moral für einen Mißverstand, und von der Metaphysik für eine absolute Unmöglichkeit erklärt werden muß^{*)}. Wenden wir uns an die Erfahrung, denn zu langem Reasoniren ist hier die Zeit nicht. Wir finden beim Thier Instincte, beim niedrigeren Thier gar Kunsttriebe; darum gleicht sich das Leben aller Thieren, und das Leben aller Klassen von einerley Gattung. Diese Thiere haben zwar freye Bewegung, aber der innere Reiz, der sie allenthalben hin begleitet, läßt ihnen keine Ruhe, sie müssen das Werk ihrer Natur erfüllen. Sie haben Triebe, nur weil sie vom Reize getrieben werden; sie handeln immer aus demselben Triebe, sie handeln zweckmäßig und consequent, nur weil der Reiz immer derselbe bleibt, oder sich doch nur nach einer Naturregel in ihnen periodisch verändert. Noch viel consequenter wirkt in sich selbst die Pflanz-

*) Die Rede ist hier eigentlich nur von der transcendentalen Freyheit; nicht von der intelligibeln Welt überhaupt, und nicht von der Freyheit überhaupt.

je; — aber viel inconsequenter handelt der Mensch. Er hat Vernunft statt des Instincts. Das heißt, ihn treibt kein anderer Mechanismus, als der, welcher sich aus den Vorstellungen erzeugt, die er empfing, die er vernahm. Diese Vorstellungen selbst sind Kräfte, die sich unter einander hemmen, und die sich wieder einander helfen, sie sind Mächte, die sich heben und stürzen, sich drängen und befreien; und sie gerathen eben durch diesen Streit in alle die mannigfaltigen Zustände, welche wir, mit einem viel zu allgemeinen, viel zu unbestimmten Namen, Wille nennen. Was liegt nicht alles in diesem Ausdruck Wille! Neigung, Begierde, Zucht, Muth, Wuth, Raue, Entschluß, Ueberlegung, — guter Wille, der nicht weiß, was gut ist, böser Wille, der sich einbildet, gut zu seyn, — ein andermal Einsicht ohne Entschluß, Entschluß ohne Stärke, Abscheu vor dem Verbrechen, das im nämlichen Augenblick willentlich vollzogen wird, — und was der Phänomene mehr sind, die in ihrer wunderbaren Mischung

und Vereinzelung, ihrer unaufhörlichen continuirlichen Veränderung und neuen Gestaltung, alle Abtheilung der Philosophen zwischen Verstand und Willen, und zwischen Vernunft und Willkühr, und zwischen dem Triebe und der Freiheit, jeden Augenblick beschämen und vernichten. Die Bedeutung der letztgenannten Worte hat noch nie genau erklärt, bestimmt, begränzt werden können; es liegen darin nur ungefähre Bezeichnungen schwankender Stellungen einer Maschine, die sich im Verlauf der Zeit immer anders und anders baut, und dem gemäß immer anders und anders wirkt und strebt. Vergesse man nur nie, daß diese Maschine ganz und gar aus Vorstellungen erbaut ist. Daher strebt sie auch nur, wirklich vorzustellen, sie erreicht auch nichts anders mit aller innern und äußern Geschäftigkeit und Wirksamkeit, als neue Vorstellungen; sie erleidet nichts anders von außen, als Hemmung alter Vorstellungen. Was ich hier vom Menschen sage, das würde jeden Augenblick jeder Mensch von sich selbst sagen, wenn nur der kleine böse Um-

stand nicht wäre, daß das Vorstellen nicht sich selbst, sondern seine Gegenstände vorstellt, so wie das Auge nicht sich selbst sieht, sondern die Dinge um sich herum. Sähe aber einmal das Auge sein eignes Sehen, dann würde auch eben so gut der Mensch es unmittelbar wahrnehmen können in sich, daß er nur Vorstellungen wolle, und nur Vorstellungen wisse, oder genauer, daß sein Wissen nur ein vollendetes, und sein Wollen nur ein geheimmtes, sich wieder aufarbeitendes Vorstellen ist; — dies Wahrnehmen und jenes Sehen wird sich dann ereignen, wann die Weser aufwärts fließt, wann die Löwen mit den Schafen spielen, wann man von Lilliput und Broddignac die Länge und Breite genau bestimmt wird.

Ich habe wol lange genug philosophirt, wenigstens für eine Gelegenheit, die keine Gelegenheit ist zum Beweisen, sondern nur zum Behaupten; — sehen wir uns einmal wieder um nach der Erziehung! Diese wird natürlich,

Wenn

wenn nur meine Behauptungen wahr sind, den Menschen mit Vorstellungen zu ernähren suchen; ja sie würde ihn ganz daraus zusammensetzen wollen, wenn die Natur nicht das Meiste schon darüber verfügt hätte, was denn der Mensch vorstellen sollte? wenn sie nicht am Ende die Gegenstände hergeben müßte, so wie sie vor allem zuerst das vorstellende Wesen selbst hergeben mußte. Indessen die Natur ist gütig, sie ist freigebig und nachgiebig zugleich; und dies ist es, was einem Pestalozzi und Bascom Arbeit schafft. Wieviel Thiere und Pflanzen das Meer und die Erde ernähren, soviel Bilder häuſt man um das Kind; wieviel Unſug und Thorheit der Uebermuth und der Wahn je verübt, fleißige Griffel aufgezeichnet oder erdichtet, und läßende Mönche abgeschrieben haben, soviel Erzählungen liegen bereit um die Neugier der Kinder zu stillen, und den Ungestüm des Knaben zu reizen. Der Erziehungsmittel, womit wir schalten und walten können, giebt es eine solche Fülle, daß eben die Menge uns in

Verlegenheit setzt. Der Eindrücke, womit die natürliche und die cultivirte Welt das Kind umströmen, sind so viele, daß die Kunst fast mehr im Abhalten als im Anbringen zu bestehen scheint. Läßt man hier den Zufall gewähren, so macht er aus jedem Individuum ein besonderes Wesen, ja an einem und demselben Kinde baut und zerstört er abwechselnd; er setzt das Individuum mit sich selbst, und Menschen unter einander in Streit. Er würde dies nicht vermögen, wenn in der menschlichen Natur eine feste Anlage wäre, wie in der Pflanze, oder wie in allen thierischen Körpern. Eine solche Anlage würden die Umstände zwar begünstigen und aufhalten, aber nie mit Widersprüchen bezeichnen können, wie jene, die sich im Menschen und in der Gesellschaft finden. Aber eben, weil menschliche Kraft bloß das ausarbeitet, was sie empfing, kommt es so sehr darauf an, was man ihr giebt. Eben darum ist es recht eigentlich ein Geben und Entziehen, was die Erziehung als ihr Amt ansehen muß. Es ist keinesweges bloße Aufsicht und Wartung, wie unsre Gärtnerey, die nur Pflanzen besorgt.

Von den letztern kommt es freylich bloß darauf an, daß günstige Umstände herbey geführt, ungünstige abgehalten werden, daß Regen und Wärme, der Boden und die Atmosphäre für jede Art von Pflanze wohl geeignet sey. Der Mensch hingegen, der kein bestimmtes Klima fordert, sondern in jedem fortkommt, der, wie man will, zum wilden Thier, oder zur personificirten Vernunft werden kann, der unaufhörlich geformt wird von den Umständen: — dieser bedarf der Kunst, welche ihn erbaue, ihn construire, damit er die **rechte** Form bekomme. Daß aber ist die rechte Form, welche in der Folge, wenn er sich selbst begreift, ihm wohlgefallen kann; wenn er von andern betrachtet wird, ihm ihre Zustimmung erwirbt; und wenn er mit ihnen ein geselliges Ganzes machen soll, es ihm möglich macht, sich genau und wirksam jenen anzuschließen.

Gesetzt nun, die Kunst oder der Zufall, gleichviel welches von beeden, — habe wirk-

lich angefangen und fahre noch fort, zu thun, was die Natur nicht thut, — gesetzt, der Mensch sey in einem Zustande halber Bildung, und noch halb offener Wildsamkeit, — in diesem Mittelzustande ist offenbar der Mensch der Pflanze schon näher. Es ist nun schon etwas in ihm da, was auf bestimmte Weise sich weiter entwickeln wird, wenn man es nicht hindert; was auf bestimmte Weise allem neu hinzukommenden hilft oder widerstrebt. Umgekehrt muß nun auch das Neuzukommende sich darnach richten, daß es jenem schon Vorhandenen helfe, daß es dessen weiteres Gedeihen befördere; wenn anders ein solches Gedeihen zu wünschen ist. Die Kunst, eine schon angefangene Erziehung fortzusetzen, wird daher der Gartenkunst immer ähnlicher; die Gaben dieser Kunst verwandeln sich immer mehr in bloße Darbietungen, die Behandlung wird immer mehr ein milder Anhauch; das eigentliche Geben und Entziehen dagegen vermindert sich. Dem Kinde konnte man ein bestimmtes Interesse einpflanzen; das Interesse eines Jünglings kann man

nur pflegen. Das Kind glaubt, was man ihm sagt, es denkt, was es gehört hat, es thut, was es gesehen hat; ihm baut man eine Welt durch Bilder und Erzählungen. Hingegen dem Jüngling kann man nur die Welt, in welcher er lebt, erweitern oder verengern; in ihr baut er sich eine Hütte, und verschmäht den Palast, den man wider seinen Sinn ihm anderswo errichtet.

Wenn dies bekannte Wahrheiten sind: so möchte ich wohl fragen, warum man den Geist der Pestalozzischen Methode für ein Räthsel hält, und warum man über ihre Würdigung, und über die rechte Stelle, wohin sie gehört, noch zweifelhaft ist? Ich will nicht hoffen, daß jemand so sehr im Irrthum sei, zu glauben: die bekannte Beschreibung des menschlichen Körpers, die wagrechten Linien und die Paraphrase des Cinnal = Eins — dies wären die Hauptangeln dieser Methode. Da Rücksicht der Gegenstände des Unterrichts ist, des ihr an keine pedantische Beschränkung zu denken; das ganze Feld der sinnlichen Wahrnehmung, so

wohl der möglichen als der wirklichen, liegt ihr offen, und sie wird sich darin immer weiter und freier bewegen. Aber ihr wahrer Vorzug besteht darin, daß sie kühner und eifriger, als jede frühere Methode, die Pflicht ergreift, den Geist des Kindes zu bauen, eine bestimmte und hell angeschaute Erfahrung darin zu construiren, — nicht zu thun, als hätte der Knabe schon eine Erfahrung, sondern zu sorgen, daß er eine bekomme; nicht mit ihm zu plaudern, als wäre in ihm, wie in Erwachsenen, schon ein Bedürfniß der Mittheilung und Verarbeitung des Empfangenen, sondern ihm zu allererst das zu geben, was dann weiterhin verarbeitet und besprochen werden kann und soll. Die Pestalozzische Methode ist daher keinesweges geeignet, irgend eine andre Methode zu verdrängen; sondern jeder andern Methode vorzuarbeiten. Sie nimmt sich des frühesten Alters an, das irgend taugt, Unterricht zu empfangen; sie behandelt es mit dem Ernst und der Einfachheit, die dahin gehört, wo man noch die erste Materie, den rohesten Stoff her-

beschaffen muß. Dergleichen aber kann man sich mit ihr eben so wenig, als man den menschlichen Geist wie eine leere Tafel ansetzen darf, auf welcher die Buchstaben so stehen würden, wie man sie hineingeschrieben hätte. Die unterhaltende Methode, welche sich hauptsächlich vom Pädagog herleitet, hat das Eigene und in ihrer Art sehr vorzügliches, daß sie sich der natürlichen Bewegung des kindlichen Geistes anschließen sucht. Sie muß daher der Psychologischen unmittelbar da nachfolgen, wo jene fertig war; beide Methoden müssen in ihrem Gebrauch auf einander bezogen werden. Hier ist die Lücke, die bis jetzt noch unangefüllt ist. Sie wird sich aber füllen, wenn man Geduld hat. Ferner ist es glücklich, Männer zu besitzen, von denen man hoffen kann, sie werden noch ein schönes und seltenes Zusammenwirken des ersten Vorwurfs anstellen von einer solchen Darstellung der Unterrichtsmethode, wie sie in sehr verschiedenen Perioden des menschlichen Alters dieselbe in der That erfordern.
